

# Structures de données avancées : *LH (Hachage linéaire)*

Pr ZEGOUR DJAMEL EDDINE  
Ecole Supérieure d'Informatique (ESI)  
[www.zegour.univ.dz](http://www.zegour.univ.dz)  
email: [d\\_zegour@esi.dz](mailto:d_zegour@esi.dz)

## LH : Hachage linéaire

- LH utilise les fonctions  $h_0, h_1, h_2, \dots$  telles que (fonctions de division)

$$- h_i : C \rightarrow \{0, 1, \dots, 2^i \cdot N - 1\}$$

$$- h_i(c) = h_{i-1}(c)$$

ou bien

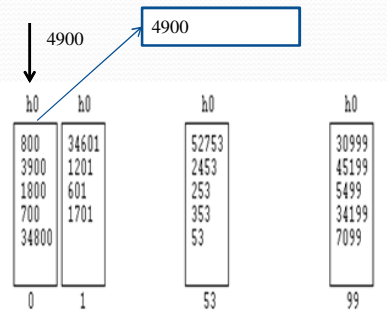
$$- h_i(c) = h_{i-1}(c) + 2^{i-1} \cdot N$$

- Fonctions couramment utilisées :

$$h_i(c) = c \bmod 2^i \cdot N$$

## LH : Hachage linéaire

- Construction de la table avec la méthode classique
- L'insertion de 4900 provoque une collision sur la case 0.
- Pour le chaînage séparé, la clé est rangée en débordement



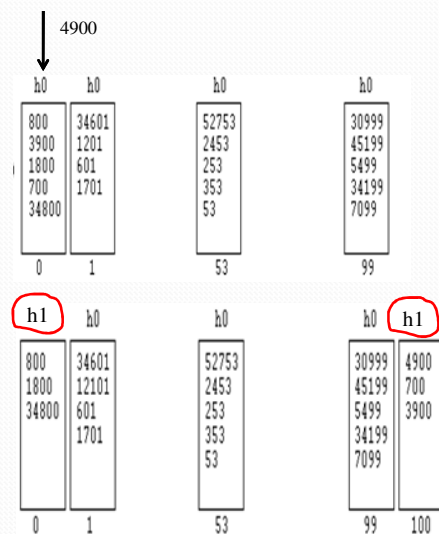
$$h = c \text{ Mod } N ; N = 100, \text{capacité } b = 5$$

## LH : Hachage linéaire

- Construction de la table avec la méthode classique (fonction  $h_0$ )
- L'insertion de 4900 provoque une collision sur la case 0.
- Le fichier est donc réorganisé selon la nouvelle  $h$ .  

$$h(c) = h_1(c) \text{ si } h_0(c) = 0$$

$$h(c) = h_0(c) \text{ sinon.}$$



$$h_0 = c \text{ Mod } N ; N = 100, \text{capacité } b = 5$$

## LH : Hachage linéaire

### *Idée principale*

- L'application des fonctions de division a résolu la collision  
SANS création de débordement  
SANS dégradation des performances d'accès.
- Le fichier est étendu d'une case.

## LH : Hachage linéaire

### *Stratégie de division*

- A chaque collision il y a
  - Remplacement de la fonction courante
  - Réorganisation correspondante.
- Le principe de LH est de diviser les cases dans un ordre prédéfini.
 

$$P = \begin{matrix} 0, 1, 2, \dots, N-1 \\ 0, 1, 2, \dots, 2N-1 \\ \dots \\ 0, 1, \dots, 2^i.N-1 \end{matrix}$$

$P$  : Prochaine case à éclater

## LH : Hachage linéaire

### *Stratégie de division*

- Une séquence est dite "trip" ou voyage. 0, 1, 2, ..., N-1
- Le  $i$ -ème voyage utilise la fonction  $h_i$ . 0, 1, 2, ..., 2N-1
- Le premier voyage remplace de gauche à droite  $h_0$  par  $h_1$  en étendant le fichier de  $2N$  cases. ....  
0, 1, ..., 2<sup>i</sup>.N-1
- Le second voyage remplace  $h_1$  par  $h_2$  en étendant le fichier avec  $4N$  cases.
- Etc...

## LH : Hachage linéaire

### *Stratégie de résolution de collision*

- L'adresse d'une collision est typiquement aléatoire ( $m$ )
- La situation  $P=m$  est rare. ( $P$  prochaine case à éclater)
- *Règle de division*
  - ✓ Chaque collision sur  $m$  conduit à la division de la case  $P$ .  
( Faire  $P \leftarrow P+1$  ou  $P \leftarrow 0$  )
  - ✓ Sauf pour le cas où  $P=m$ , la clé est rangée en débordement selon une méthode classique de résolution.

## LH : Hachage linéaire

### *Évolution du fichier*

Initialement le fichier est vide  
Capacité de la case :  $b \gg 1$   
Soit  $m_j$  l'adresse de la  $j$ -ième collision )

- Première collision
  - Quelque soit la valeur de  $m_1$ , il y a division de la case 0.
  - Sauf pour  $m_1 = 0$ , la nouvelle clé est rangée en débordement.
- Deuxième collision
  - Quelque soit la valeur de  $m_2$ , il y a division de la case 1.
  - Sauf pour  $m_2 = 1$ , la nouvelle clé est rangée en débordement.

Ce traitement continue jusqu'à  $N$  collisions.

## LH : Hachage linéaire

### *Évolution du fichier*

- Après  $N$  divisions
  - ✓  $h_0$  est totalement remplacée par  $h_1$ .
  - ✓ La situation est donc analogue à la situation initiale sauf que le fichier contient 2 fois plus de cases.
  - ✓ Les  $2N$  prochaines divisions utilisent la fonction  $h_2$ .
  - ✓  $P$  reprend la valeur 0

## LH : Hachage linéaire

### *Calcul de l'adresse primaire*

Soit  $j$  l'indice ( le niveau ) de la  
fonction de division courante.  
Soit  $c$  une clé

$m \leftarrow h_j(c)$   
*Si*  $m < P$   
      $m \leftarrow h_{j+1}(c)$   
*Fsi*

*P étant l'adresse de la prochaine case à éclater.*

## LH : Hachage linéaire

### *Calcul de l'adresse primaire*

Soit  $j$  l'indice ( le niveau ) de la  
fonction de division courante.  
Soit  $c$  une clé

$m \leftarrow h_j(c)$   
*Si*  $m \geq M$   
      $m \leftarrow h_{j-1}(c)$   
*Fsi*

*M étant le nombre courant de cases primaires.*

## LH : Hachage linéaire

### *Performances*

- $b$  : capacité de case
- $a$  : facteur de chargement
- $s'$  : recherche avec succès
- $s''$  : recherche sans succès

$b$	10	20	50
$s''$	1.19	1.12	1.06
$s'$	1.07	1.02	1.00
$a$	0.61	0.59	0.59

## LH contrôlé

### *Principe*

- L'éclatement d'une case est provoqué quand le facteur de chargement devient supérieur à un seuil  $s$  donné.
- Dans le cas de non éclatement : utilisation chaînage séparé
- Quand une donnée est supprimée, la contraction ( opération inverse de l'éclatement ) sera faite quand le facteur de chargement devient inférieur ou égal à un seuil  $s'$  donné.

## LH contrôlé

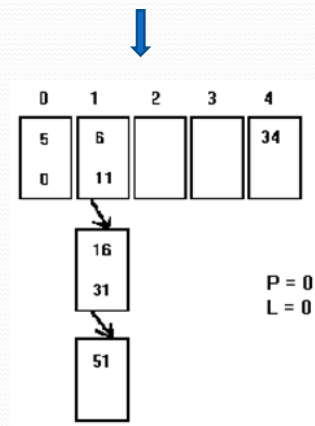
### Exemple

Paramètres :

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i.N$   
 $i = 0$ , au départ

Insertion  
 11, 0, 5, 6, 16, 31, 34, 51



## LH contrôlé

### Exemple

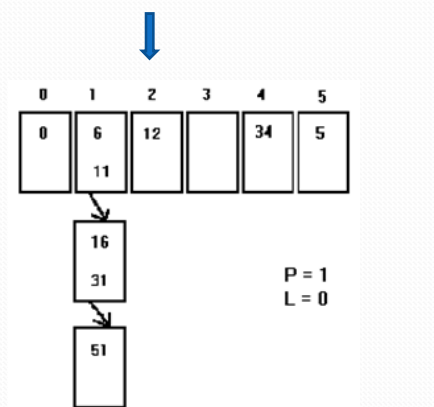
Paramètres :

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i.N$   
 $i = 0$ , au départ

Insertion de 12

Facteur de chargement = 64%





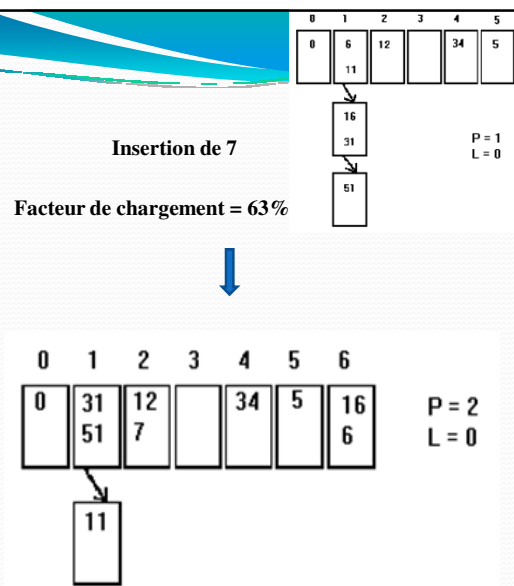
## LH contrôlé

### Exemple

Paramètres :

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i \cdot N$   
 $i = 0$ , au départ



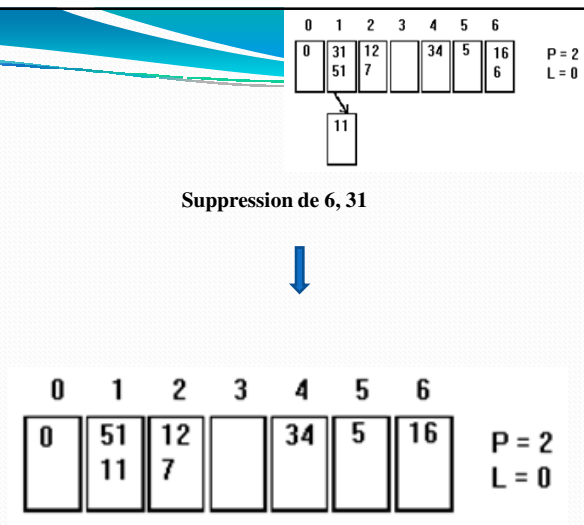
## LH contrôlé

### Exemple

Paramètres :

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i \cdot N$   
 $i = 0$ , au départ



## LH contrôlé

**Exemple**

**Paramètres :**

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i \cdot N$   
 $i = 0$ , au départ

Suppression de 5

Facteur de chargement = 50%

0	1	2	3	4	5
0	51 11	12 7		34	

16

$P = 1$   
 $L = 0$

## LH contrôlé

**Exemple**

**Paramètres :**

- $N = 5$
- $b = b' = 2$ ;
- $s = 0.60, s' = 0.50$

$h_i(c) = c \bmod 2^i \cdot N$   
 $i = 0$ , au départ

Suppression de 16

Facteur de chargement = 50%

0	1	2	3	4	5
0	51 11	12 7		34	

16

$P = 1$   
 $L = 0$

## LH contrôlé

### Synthèse :

#### Fournir

- un facteur de chargement élevé
- avec une légère détérioration des performances d'accès.

### *Quelques résultats : ( b=20)*

- Avec un chargement de 75%
- ✓ recherche avec succès 1.08
  - ✓ recherche sans succès 1.29

### *Quelques résultats : ( b=20)*

- Avec un chargement de 90%
- ✓ recherche avec succès 1.44
  - ✓ recherche sans succès 2.45

## LH contrôlé avec expansion partielle

### Le Concept

- Dans LH, les cases éclatées sont moins remplies que les cases non encore éclatées
- Uniformiser le chargement est un moyen d'améliorer les performances d'accès.
- Avec deux expansions partielles,
  - Première expansion: une moitié est rajoutée
  - Deuxième expansion: il double
  - Première expansion : éclater 2 cases . (Une nouvelle case est créée)
  - Deuxième expansion : éclater 3 cases. (Une nouvelle case est créée)
  - Première expansion : transférer  $\frac{1}{3}$  de la case.
  - Deuxième expansion: transférer  $\frac{1}{4}$  de la case.

## LH contrôlé avec expansion partielle

### *Principe*

On commence par un fichier de taille  $2N$ .

- Il est logiquement divisé en  $N$  groupes  $(j, N+j)$ ,  $j=0, 1, \dots, N-1$
- On divise d'abord les cases du groupe 1, puis les cases du groupe 2, ...
- L'éclatement du groupe  $j$  déplace à peu près  $1/3$  des clés des cases  $j$  et  $j+N$  dans la case nouvellement ajoutée  $j + 2N$ .
- Quand le dernier groupe est éclaté, le fichier est étendu de  $2N$  à  $3N$ .

## LH contrôlé avec expansion partielle

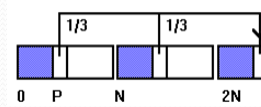
### *Principe*

- Par la suite, on travaille sur des groupes de 3 pages  $(j, N+j, 2N + j)$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, N-1$ .
- L'éclatement du groupe  $j$  déplace à peu près  $1/4$  des clés des cases  $j$ ,  $j+N$  et  $j+2N$  dans la case nouvellement ajoutée  $j + 3N$ .
- Le fichier passe donc de  $3N$  à  $4N$ .
- Le processus recommence avec des groupes de 2 cases  $(j, 2N + j)$   $j= 0, 1, \dots, N-1$ .

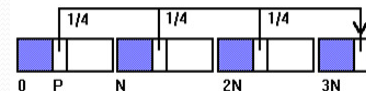
## LH contrôlé avec expansion partielle

### *Illustration de LH avec deux expansions partielles*

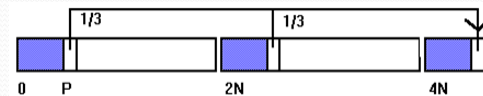
Première expansion



Deuxième expansion



Première expansion



...

## LH contrôlé avec expansion partielle

### *Performances*

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

- Avec un chargement de 75%
- ✓ recherche avec succès **1.03**
- ✓ recherche sans succès **1.15**

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

- Avec un chargement de 90%
- ✓ recherche avec succès **1.18**
- ✓ recherche sans succès **1.94**

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

- Avec un chargement de 95%
- ✓ recherche avec succès **1.45**
- ✓ recherche sans succès **3.24**

## LH contrôlé avec essai linéaire

### Concept

- Dans le schéma de base, les débordements sont rangés dans une zone (fichier) à part (chaînage séparé)
- On peut appliquer toute autre méthode du hachage classique
- LH contrôlé avec essai linéaire : le plus intéressant (Lectures de plusieurs cases en même temps (Contiguïté))

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

Avec un chargement de 75%

- ✓ recherche avec succès **1.01**
- ✓ recherche sans succès **1.13**

## LH récursif

### Concept

- Gérer les débordements de la même façon que le fichier principal
- Généralement on va jusqu'au 3-ième niveau.

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

• Avec un chargement de 75%

- ✓ recherche avec succès **1.03**
- ✓ recherche sans succès **1.29**

#### *Quelques résultats : ( b=20)*

• Avec un chargement de 95%

- ✓ recherche avec succès **1.29**
- ✓ recherche sans succès **3.35**

## LH : Conclusion

- Nombre d'accès disque au voisinage de **1** quelque soit le nombre d'articles insérés.
- Fichiers dynamiques non ordonnés
- Facteur de chargement contrôlé