الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2 1

الشعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

<u>الموضوع الأول</u>

<u>التمرين الأوّل</u>: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u \quad 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n\ 1} \quad \frac{2}{\ }u_n \quad \frac{\ }{\ }$

و $(\ _n)$ المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $\ _n \quad u_n$.

1) بيّن أنّ $(\ _n)$ متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من $\ _n$ و u_n بدلالة n.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة n المجموع $\ _n$ حيث: $u_n \quad u_2 \quad u_1 \quad u \quad _n$.

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n \quad 5\left(\frac{1}{\ _n} \quad \frac{\ }{5} \quad 1\right)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب) احسب $\lim_{n\to\ \infty}(u_n \quad w_n)$.

<u>التمرين الثاني</u>: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\ \ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $(2 \quad 1\,1)$ ، $(1\,2\,1\ )$ ، $(2\,1 \quad 1)$ و $(1\,1\,1)$.

1) أ) تحقق أنّ النقط ، و تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1\,1\,1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $(\quad)$.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\quad)$.

2) لتكن النقطة مرجح الجملة المثقلة $\{(\ \ 1),(\ \ 2),(\ \ \ 1)\}$.

أ) احسب إحداثيات .

ب) لتكن $(\ )$ مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{\quad}\right\| 2 \left\|\overrightarrow{\quad} \quad \overrightarrow{\quad} 2 \quad \overrightarrow{\quad}\right\|$

بيّن أنّ $(\ )$ هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[\quad]$.

جـ) أثبت أنّ معادلة $(\ )$ هي : $2z \quad y \quad 6x$.

3) بيّن أنّ المستويين $(\quad)$ و $(\ )$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\ )$ يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $6 \quad z^2 \quad 6\sqrt{2}\,z$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\;\vec{u},\vec{\;}\;)$، لتكن النقط ، ، و التي

لاحقاتها على الترتيب : $z \quad \sqrt{2}(1 \quad i)$ ، $z \quad \overline{z}$ ، $z \quad 6\sqrt{2}$ و $z \quad \frac{z}{2}$.

أ) اكتب z ، z و $(1 \quad i)z$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{(1 \quad i)z}{6\sqrt{2}}\right)^{2\;1}$.

جـ) بيّن أنّ النقط ، ، و تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z \quad z}{z \quad z}$ ثم جد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{\quad}\;\overrightarrow{\quad})$. ما هي طبيعة الرباعي ؟

3) ليكن الدوران الذي مركزه و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران .

ب) عيّن لاحقة النقطة ' صورة بالدوران ثم تحقق أنّ النقط ، و ' في استقامية.

جـ) عيّن لاحقة النقطة ' صورة بالدوران ثم حدّد صورة الرباعي بالدوران .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية المعرّفة على المجال $]\;\;\infty[$ كما يلي: $(x) \quad 1 \quad \frac{2\ln x}{x}$ و $(\;\;)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\;\;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>}} (x)$ و $\lim\limits_{x \to \infty} (x)$ ؛ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة على المجال $]\;\;\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) ادرس وضعية المنحنى $(\;\;)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\;\;)$ الذي معادلته: $y \quad 1$.

ب) اكتب معادلة المماس $(\;\;)$ للمنحنى $(\;\;)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ) بيّن أنّ المعادلة (x) تقبل في المجال $]1\;\;[$ حلا وحيدا α، حيث $e \quad \alpha \quad e$

3) أنشئ $(\;\;)$ و $(\;\;)$.

4) لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R} \quad \{\;\;\}$ كما يلي: $h(x) \quad 1 \quad \frac{2\ln|x|}{|x|}$.

و ليكن $(\;_h)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) \quad h(\;\;x)$. ماذا تستنتج ؟

ب) أنشئ المنحنى $(\;_h)$ إعتمادا على المنحنى $(\;\;)$.

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 \quad (m \quad 1)|x|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n \quad e^{\frac{1}{2} \quad n}$.

(e هو أساس اللوغاريتم النيبيري) .

1) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) احسب $\lim_{n \to \quad \infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

3) احسب بدلالة n المجموع $_n$ حيث: $u_n \quad u_2 \quad u_1 \quad u \quad _n$.

II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي n ، $\ln(u_n) \quad _n$ ($\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري).

1) عبّر عن $_n$ بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية $(\; _n)$.

2) أ) احسب بدلالة n العدد $_n$ حيث: $\ln(u \times u_1 \times u_2 \times \quad \times u_n) \quad _n$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $n > \quad _n$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\quad \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، نعتبر النقط $(2 \quad 1 \quad 1)$ ، $(\quad 2 \quad 1)$ و $(\quad 2)$.

1) أ) برهن أن ، و ليست في استقامية .

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\quad)$.

جـ) تحقق أنّ $x \quad y \quad z \quad 2$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\quad)$.

2) نعتبر المستويين $(\;)$ و $(\;)$ المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي:

$(\;) \; x \quad y \quad 2z \quad 5$ و $(\;) \; x \quad 2y \quad z \quad 1$.

برهن أنّ $(\;)$ و $(\;)$ يتقاطعان وفق المستقيم $(\;)$ ذي التمثيل الوسيطي: $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x \quad t \\ y \quad t \\ z \quad t \quad 1 \end{cases}$.

3) عيّن تقاطع المستويات $(\quad)$، $(\;)$ و $(\;)$.

4) لتكن $(x \quad y \quad z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(\quad ,(\;))$ المسافة بين و المستوي $(\;)$ و $d(\quad ,(\;))$ المسافة بين و المستوي $(\;)$، عيّن المجموعة $(\;)$ للنقط بحيث:

$\sqrt{1 \quad} \times d(\quad ,(\;)) \quad \sqrt{6} \times d(\quad ,(\;))$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث:

$z \quad i)\, z^2 \quad 2z \quad 5)$

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\quad \vec{u}, \vec{\;})$ (وحدة الطول $1cm$)، تعطى النقط ، و التي لاحقاتها: $z \quad i$ ، $z \quad 1 \quad 2i$ و $z \quad 1 \quad 2i$ على الترتيب .

أ) أنشئ النقط ، و .

ب) جد z لاحقة النقطة المسقط العمودي للنقطة على المستقيم $(\quad)$.

جـ) احسب مساحة المثلث .

3) ليكن التشابه المباشر الذي مركزه و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه .

ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث بالتشابه تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) نقطة لاحقتها z، عيّن مجموعة النقط حيث: $|iz \quad 1 \quad 2i| \quad |z|$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) – لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) \quad 2x \qquad x^2 \quad 7x$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to \quad \infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to \quad \infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)$ تقبل حلا وحيدا α حيث $8, \quad \alpha \quad 7,$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $(x) \quad \frac{x \quad 2x \quad 1}{2x^2 \quad 2x \quad 1}$

و ( ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\quad \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to \quad \infty} \quad (x)$ و $\lim\limits_{x \to \quad \infty} \quad (x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $(x) \quad \frac{1}{2}(x \quad 1) \quad \frac{1 \quad x}{2(2x^2 \quad 2x \quad 1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى ( ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا ( ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى ( ) و ( )

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $'(x) \quad \frac{x \quad g(x)}{(2x^2 \quad 2x \quad 1)^2}$ حيث $'$ مشتقة الدالة .

ب) استنتج إشارة $'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة . (نأخذ $1, \quad (\alpha) \approx$)

4) احسب (1) ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (x) .

5) أنشئ المستقيم ( ) و المنحنى ( ).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) \quad \frac{x \qquad x^2 \quad 2x \quad 1}{2x^2 \quad 2x \quad 1}$.

و $(\ _h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2 \quad (x) \qquad h(x)$.

ب) استنتج أنّ $(\ _h)$ هو صورة ( ) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ $(\ _h)$.