على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:

أ) $a = 2[5]$ ب) $a = 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد $99-$ على 7 هو:

أ) $1-$ ب) 6 ج) 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) اكتب u_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_3.

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + \ldots + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4.

ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$: $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) a و b عددان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

عيّن العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أ) تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

6) أنشئ (Δ) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأوّل u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + ... + nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.

ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f).

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$.

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \geq x + 2$.