4 . الطـــاقة الكامنـــة

1ـ الطاقة الكامنة الثقالية

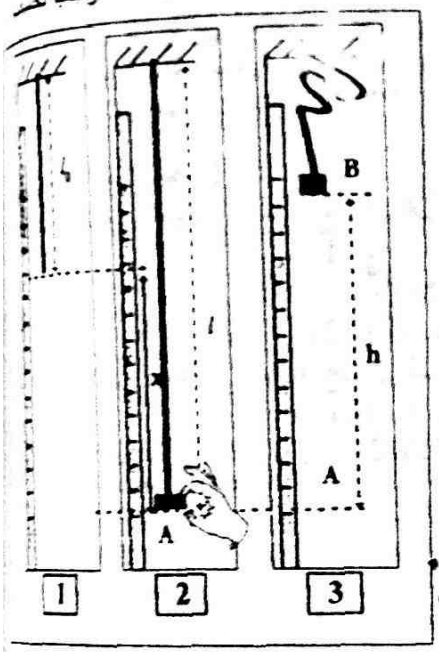
رأينا أن الطاقة الكامنة الثقالية في مكان معين من الأرض تتعلق بكتلة الجسم و ارتفاعه عن سطح الأرض و لإيجاد عبارة الطاقة الكامنة الثقلية E_{pp} نقوم بالنشاطات التالية :

مقاربة أولية لعبارة الطاقة الكامنة الثقالية

نشاط ـ1 :

نعلق جسما كتلته M بواسطة خيط مطاطي . يبين الشكل المرفق خيطا مطاطيا في حالة راحة (غير مستطال).

1 ـ اسحب الجسم باليد نحو الأسفل حتى يصبح المطاط مستطالا كفاية نسمي هذا الموضع A و نعتبره موضعا مرجعيا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .



2 ـ حرر الجسم في لحظة ما و علم على مسطرة أقصى ارتفاع h بالنسبة للموضع المرجعي A يبلغه هذا الجسم . نسمي هذا الموضع B .

نسمي : L_0 : طول المطاط الأصلي (بدون استطالة)

L : طول المطاط الكلي (و هو مستطال)

X : استطالة المطاط أي : $x = L - L_0$

h : أقصى ارتفاع عن الموضع المرجعي A يبلغه الجسم .

أعد التجربة من أجل قيم مختلفة للكتلة M و دون نتائجك في الجدول التالي :

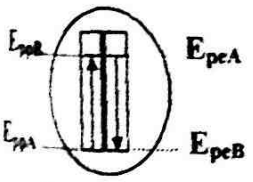
M (Kg)	h (m)	1/M	$1/M^2$	$1/M^{1/2}$

1 ـ مثل الحوصلة الطاقوية للجملة المكونة من المطاط ، الجسم و الأرض بين الموضعين A و B . نهمل الطاقة المحولة إلى الوسط الخارجي عن طريق الإحتكاك

ـ الحصيلة الطاقوية بين الموضعين A و B :

تكتسب الجملة طاقة كامنة مرونية في الموضع A ناتجة عن استطالة المطاط .

عندما يصل الجسم إلى الموضع B تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع الجسم عن الموضع المرجعي A للطاقة الكامنة الثقلية .



المطاط ، الجسم و الأرض

2 ـ ما هو شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع A ؟

ـ شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع A : **طاقة كامنة مرونية**

3 ـ ما هو شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع B ؟

ـ شكل الطاقة المخزنة في الجملة عند الموضع B : **طاقة كامنة ثقلية**

4 ـ ما هو التحويل الطاقوي الذي حدث في الجملة بين الموضعين A و B ؟

ـ التحويل الطاقوي الذي حدث في الجملة بين الموضعين A و B : تكتسب الجملة طاقة كامنة مرونية في الموضع A ناتجة عن استطالة المطاط . عندما يصل الجسم إلى الموضع B تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع الجسم عن الموضع المرجعي A للطاقة الكامنة الثقلية .

5 ـ هل قيمة هذا التحويل هي نفسها في كل الحالات الموافقة لمختلف الكتل ؟ علل .

ـ نعم قيمة هذا التحويل هي نفسها في كل الحالات الموافقة لمختلف الكتل لأنه في كل حالة نعطي للمطاط نفس الإستطالة فتكتسب نفس الطاقة الكامنة المرونية التي يحولها كلها إلى طاقة كامنة ثقلية بانعدام استطالته في كل حالة .

6 ـ كيف تتغير قيمة الإرتفاع h عندما تزداد الكتلة ؟

ـ بازدياد الكتلة نلاحظ نقصان في الإرتفاع h .

7 ـ ارسم المنحنى الممثل لتغيرات الإرتفاع h بدلالة تغيرات مقلوب الكتلة (1/M)

- عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات الارتفاع h بدلالة تغيرات مقلوب الكتلة (1/M) نحصل على خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل : $h = a \cdot 1/M$ حيث a يمثل ميل المستقيم . و منه : $M \cdot h = a = Cte$

3 ـ استنتج من السؤال السابق العبارة من العبارات الثلاثة التالية $M h^2$ ، $M h$ ، $M^2 h$ التي تناسب التحويل الطاقوي الذي حدث في الجملة في مختلف الحالات .

- العبارة التي تناسب التحويل الطاقوي الذي حدث في الجملة في مختلف الحالات هي $M h$.

4 ـ استنتج عبارة الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} .

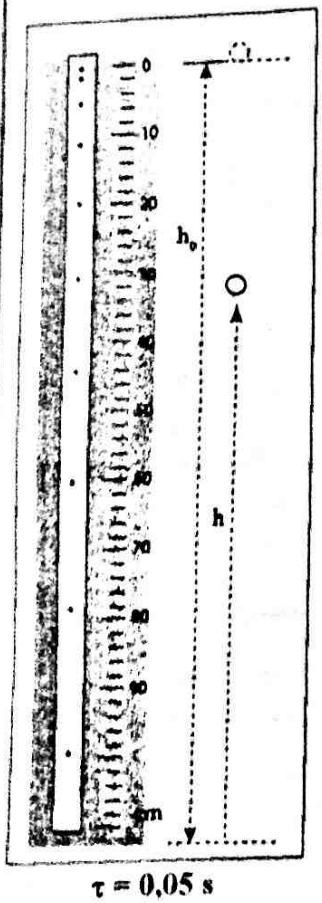
- استنتاج عبارة الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} : $E_{pp} = K_{pp} \cdot M h$

نتيجة :

تتعلق الطاقة الكامنة الثقالية لجسم (باعتبار الجملة : الجسم + الارض) بكتلته و ارتفاعه عن سطح الأرض و تتناسب طردا مع المقدار $M h$ و تكون عبارتها من الشكل : $E_{pp} = K_{pp} \cdot M h$ حيث K_{pp} قيمة ثابت تمثل معامل التناسب .

نشاط 2 : تحديد الثابت K_{pp}

نترك جسم كتلته $M = 0,1$ Kg يسقط بدون سرعة ابتدائية من حافة طاولة على ارتفاع h من سطح الأرض . يمثل الشكل المرفق تسجيل حركة الجسم ، باختيار الجملة (الجسم + الأرض) المعطى : $\tau = 0,05$ s ، (في الحقيقة) 1 cm → 8,7 cm (على الشكل)



$\tau = 0,05$ s

1 ـ احسب سرعة الجسم في المواضع M_8 ، M_6 ، M_4 ، M_2 ، M_0 و املاء الجدول التالي :

الموضع	V (m/s)	h (m)	$1/2\ M v^2$ (J)	M . h (kg .m)
M_0				
M_2				
M_4				
M_6				
M_8				

2 ـ ارسم المنحنى الممثل لتغيرات الطاقة الحركية Ec بدلالة المقدار M . h

- عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات الطاقة الحركية Ec بدلالة المقدار M . h نحصل على خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل : $E_c = M \cdot h_0 - K_1 \cdot M \cdot h$

حيث K_1 يمثل ميل المستقيم . و منه : $\tan \alpha = K_1$

4 ـ استنتج قيمة K_1

5 ـ تحقق أن معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين الموافقين للإرتفاعين h و h_0 تكتب على الشكل : $E_c + E_{pp} = E_{pp0}$

حيث E_{pp0} هي الطاقة الكامنة الثقالية و الطاقة الحركية عند الموضع الموافق للارتفاع h .

6 ـ استنتج العلاقة بين K_1 و K_{pp} ثم عبارة الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} .

نتيجة :

عندما يكون جسم كتلته M على ارتفاع h من سطح الارض و باختيار الجملة (الجسم + الأرض) تكون الطاقة الكامنة الثقالية للجملة $E_{pp} = M \cdot g \cdot h$.

ملاحظة :

الطاقة الكامنة الثقالية تتعلق بالارتفاع h و هذا الأخير يحدد في مرجع مختار و منه الطاقة الكامنة الثقالية تتعلق بالمرجع المختار أي معرفة بتقريب ثابت .

- لو أعدنا التجربة في مكان آخر من الكرة الأرضية أو على كوكب آخر لوجدنا أن الثابت K_{pp} يساوي قيمة الجاذبية في ذلك المكان .

- بالاعتماد على السؤال الثالث و علما أن الجسم انطلق من السكون ، معادلة انحفاظ طاقة الجملة في هذه الحالة تكتب على النحو التالي :

$$E_c + E_{pp} = E_{c0} + E_{pp0}$$

حيث E_{c0} تمثل الطاقة الحركية عند الإرتفاع h_0 (و هي معدومة في مثالنا هذا) و منه يمكن كتابة :

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pp} \text{ : أي } \quad E_c - E_{c0} = E_{pp0} - E_{pp}$$

حيث :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp} - E_{pp0} \quad \text{و} \quad \Delta E_c = E_c - E_{c0}$$

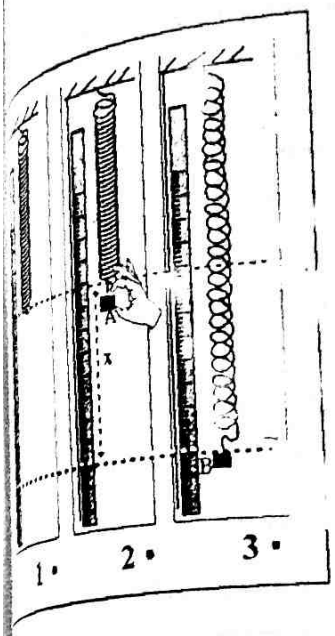
2 ـ الطاقة الكامنة المرونية

نهتم في هذه الفقرة الطاقة الناتجة عن تشوه بعض الأجسام المرنة ، الخاضعة لقوة خارجية تجعلها تتشوه بصفة خطية .

نقصد بالأجسام المرنة هي الأجسام التي ترجع إلى شكلها الاصلي بعد حذف التأثير (القوى) الخارجي الذي يؤثر عليها . الم
الخطية للتشوه هي عندما تكون العلاقة بين التأثير الخارجي و تشوه الجسم الناتج عنه علاقة خطية (تناسب طردي) .

الطاقة الكامنة المرونية

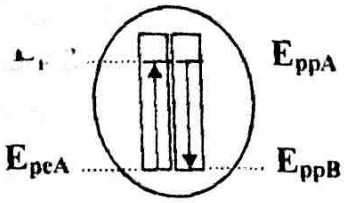
مقاربة اولية لعبارة الطاقة الكامنة المرونية



نشاط ـ1 :
نربط جسما كتلته M الى أحد طرفي نابض طويل ثم نتركه يسقط من الموضع A دون سرعة ابتدائية فيستطيل النابض بالمقدار x .

1 ـ مثل الحوصلة الطاقوية للجملة المكونة من النابض ، الجسم و الأرض بين الموضعين A و B .

ـ تمثيل الحوصلة الطاقوية للجملة المكونة من النابض ، الجسم و الأرض بين الموضعين A و B .



النابض ، الجسم و الأرض

تكتسب الجملة طاقة كامنة ثقلية في الموضع A ناتجة عن ارتفاع الجسم عن الموضع المرجعي A للطاقة الكامنة الثقلية .

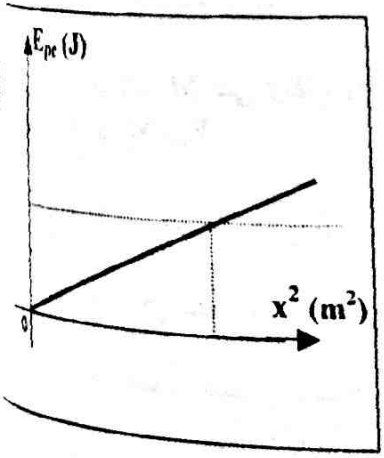
عندما يصل الجسم إلى الموضع B تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة مرونية نتيجة استطالة النابض .

2ـ استنتج من معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B المعادلة التالية :
$E_{pe} = \Delta E_{pp}$ حيث E_{pe} هي الطاقة الكامنة المرونية للنابض .

ـ معادلة انحفاظ الطاقة :
نعلم أن معادلة انحفاظ الطاقة تكتب على الشكل :
مجموع الطاقات الإبتدائية للجملة + الطاقة المستقبلة – الطاقة المقدمة = الطاقة النهائية للجملة
ـ في حالة عدم وجود ضياع للطاقة تكون المعادلة : $E_{peA} + E_{ppA} = E_{peB} + E_{ppB}$
و منه : $E_{peA} - E_{peB} = E_{ppB} - E_{ppA}$
و لكن $E_{peA} = 0$ و منه : $E_{pe} = \Delta E_{pp}$

3 ـ كرر التجربة من أجل قيم مختلفة للكتلة M . قس في كل مرة الإستطالة x للنابض .
4 ـ دون نتائجك في الجدول التالي :

M (kg)	x (m)	M g x (J)	x^2 (m^2)



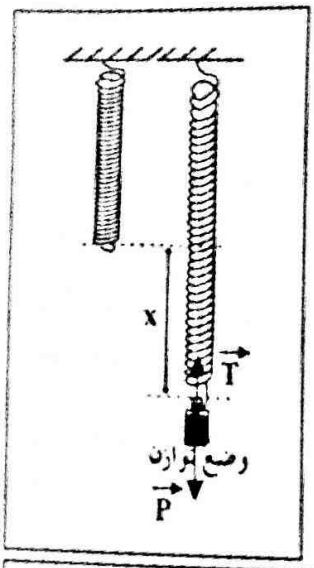
5 ـ ارسم المنحنى الممثل لتغيرات E_{pe} ($E_{pe} = M g x$) بدلالة المقدار x^2
ماذا تلاحظ ؟

ـ عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات الإرتفاع E_{pe} بدلالة تغيرات x^2 نحصل على خط مستقيم يمر من المبدأ
معادلته من الشكل : $E_{pe} = K_e . x^2$ حيث K_e يمثل ميل المستقيم .

ـ تعيين الثابت K_e
لتعيين الثابت K_e قم بمعايرة النابض المستعمل في التجربة السابقة .
ـ علق في نهاية النابض أجساما مختلفة الكتلة و قس في كل مرة الإستطالة عند وضعية توازن الجسم .

m (g)	0	50	100	150
x (cm)	0	0,03	0,06	0,09

ـ ارسم منحنى المعايرة الممثل لتغيرات القوة المطبقة على النابض بدلالة الإستطالة x . ماذا تلاحظ ؟
ـ نحسب أولا قيم القوة المطبقة :



عند التوازن : $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

و منه : $T = P = m \cdot g$

T (N)	0	0,5	1,0	1,5
x (m)	0	0,03	0,06	0,09

ـ عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات القوة المطبقة على النابض $T = P = m \cdot g$ بدلالة تغيرات الإستطالة x نحصل على خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$T = K \cdot x$

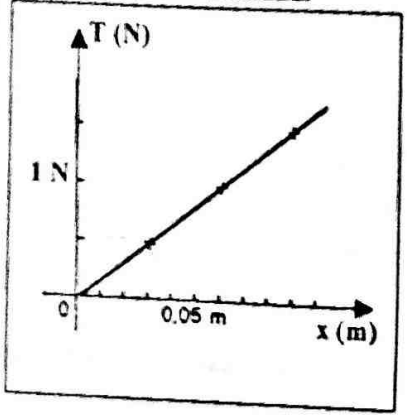
حيث K يمثل ميل المستقيم . و منه : $\tan \alpha = K$

ـ احسب ميل المنحنى الذي يمثل ثابت مرونة النابض .

$K = \tan \alpha = T / x = 0,5 / 0,03 = 16,66$ N/m

ـ قارن قيمة الميل مع قيمة Ke . ماذا تلاحظ ؟

ـ نلاحظ من هذه المقارنة أن : $K_e = (1/2)\ K$ حيث K هو ثابت مرونة النابض .



ـ كرر التجربتين السابقتين باستعمال نوابض مختلفة (ثوابت المرونة مختلفة).

قارن قيم K_e مع قيم ثابت المرونة لكل نابض . ماذا تلاحظ ؟

ـ نلاحظ دائما من المقارنة أن : $K_e = (1/2)\ K$ حيث K هو ثابت مرونة النابض .

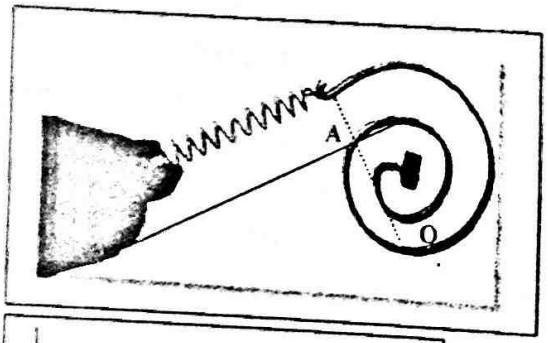
ـ نستنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية تكتب على الشكل : $E_{pe} = 1/2\ K\ x^2$

حيث K هو ثابت مرونة النابض .

نتيجة :

عندما يستطيل (أو ينضغط) نابض ثابت مرونته K بمقدار x تكتب عبارة طاقته الكامنة المرونية على الشكل التالي :

$E_{pe} = 1/2\ K\ x^2$ حيث K هو ثابت مرونة النابض .



الطاقة الكامنة المرونية الفتلية

معايرة نابض الفتل

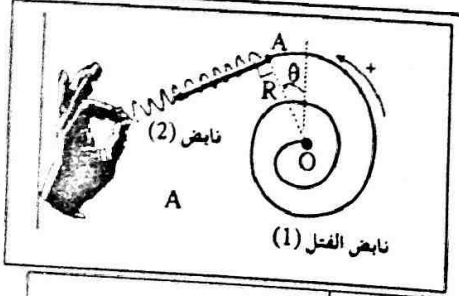
نشاط ـ1 :

ثبت نابض حلزوني مسطح ندعوه نابض فتل (1) من طرفه الداخلي في النقطة O ، مثل ماهو مبين في الشكل .

باستعمال نابض (2) معاير ثابت مرونته K ، طبق على الطرف الاخر لنابض الفتل (1) قوة عمودية على AO . اختر مرجعا لقياس زاوية دوران نقطة تطبيق القوة .

1 ـ غير في شدة القوة المطبقة و قس في كل مرة استطالة النابض (2) و زاوية دوران نابض الفتل (1) .

2 ـ دون نتائجك في الجدول التالي .



عزم القوة F $M_{/\Delta} = F \cdot OA$	شدة القوة (N) F $F = K \cdot x$	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	استطالة النابض (2) x (cm)

3 ـ ارسم تغيرات عزم القوة بدلالة تغيرات زاوية دوران نابض الفتل

ـ عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات عزم القوة $M_{/\Delta} = F \cdot OA$

ـ دالة تغيرات زاوية دوران نابض الفتل θ (rd) نحصل على خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$M_{/\Delta} = C . \theta$$

حيث C يمثل ميل المستقيم . و منه : $\tan \alpha = C$ الثابت C يدعى ثابت فتل نابض الفتل .

ملاحظة :

ينعلق ثابت الفتل C لسلك بطبيعة نابض الفتل أي بمادته و طوله و كذا قطر سلكه المصنوع منه .

عبارة عزم الفتل : $M_{/\Delta} = C . \theta$ حيث C هو ثابت فتل نابض الفتل و وحدته (N.m)/rd

الطاقة الكامنة المرونية لتواس الفتل

نشاط ـ2 :

لحساب الطاقة المخزنة في نابض الفتل المستعمل في النشاط ـ1 نقبل أن الطاقة المخزنة في نابض الفتل (1) تساوي في كل وضعية الطاقة المخزنة في النابض (2) . يمكنك الوصول إلى هذه النتيجة بتوظيف مبدأ انحفاظ الطاقة و مبدأ الفعلين المتبادلين بعد دراسة الجملتين النابض (1) و النابض (2) . باستعمال نتائج النشاط ـ1 املأ الجدول التالي :

استطالة النابض (2) x (cm)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) $1/2\ K\ x^2$ (J)	θ^2 $(rd)^2$

1 ـ ارسم منحنى تغيرات الطاقة المخزنة في النابض (1) بدلالة مربع الزاوية θ^2

ـ عند رسم المنحنى الممثل لتغيرات الطاقة المخزنة في النابض (1) $E_{pe} = 1/2\ K\ x^2$

بدلالة تغيرات مربع الزاوية θ^2 نحصل على خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$E_{pe} = C' . \theta^2$ حيث C' يمثل ميل المستقيم . و منه : $\tan \alpha = C'$

2 ـ احسب ميل المنحنى C'

ـ عند حساب ميل المنحنى C' نجد قيمته : $C' = 1/2\ C$ حيث C هو ثابت فتل نابض الفتل .

ـ استنتج عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل

ـ عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = 1/2 . C\ \theta^2$

نتيجة :

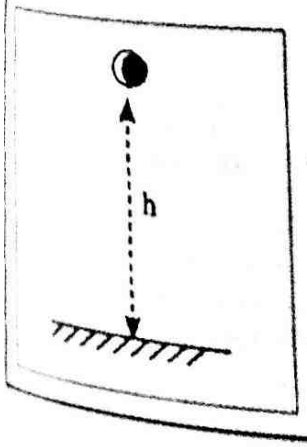
عندما نفتل بزاوية θ سلك فتل أو نابض حلزوني (نابض فتل) ثابت فتله C . فإنه يخزن طاقة كامنة مرونية عبارتها :

$E_{pe} = 1/2 . C\ \theta^2$ حيث C هو ثابت فتل النابض .

عبارة عمل مزدوجة الفتل :

$$W = -1/2 . C\ \theta^2$$

الخلاصـــة



1 ـ الطاقة الكامنة الثقالية

ـ عندما يكون جسم كتلته M على ارتفاع h من سطح الأرض فإنه يخزن طاقة كامنة ثقالية .

إذا اختير سطح الأرض كمرجع لحساب هذه الطاقة تكون عبارتها :

$$E_{pp} = M . g . h$$

حيث :

M : كتلة الجسم بالكيلوغرام (kg)

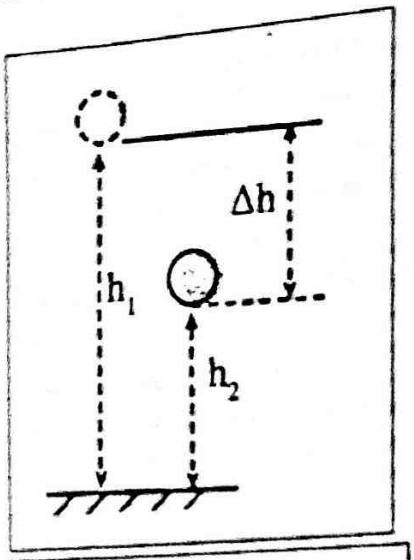
H : ارتفاع الجسم عن سطح الارض بالمتر (m)

G : قيمة الجاذبية الأرضية في المكان المعتبر بالنيوتن على الكيلوغرام (N/kg)

E_{pp} : الطاقة الكامنة الثقالية بالجول (J)

ـ عندما ينتقل جسم من الموضع M_1 إلى الموضع M_2 مثلا فإنه يفقد أو يكسب طاقة كامنة ثقالية قدرها :

$$\Delta E_{pp} = M \cdot g (h_1 - h_2) = M \cdot g \cdot \Delta h$$



ـ التغير في الطاقة الحركية لجملة بين الموضع النهائي و الموضع الابتدائي : $(E_{cf} - E_{ci})$

يساوي التغير في الطاقة الكامنة الثقالية بين الموضع الإبتدائي و الموضع النهائي : $(E_{ppi} - E_{ppf})$

$$E_{cf} - E_{ci} = E_{ppi} - E_{ppf}$$

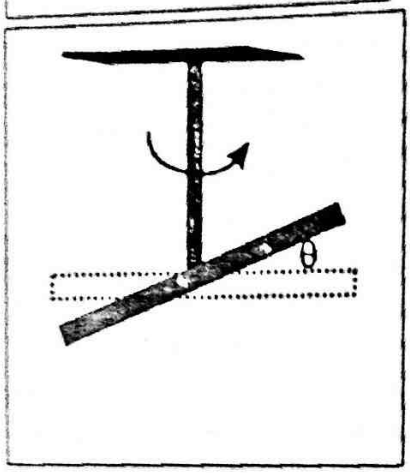
أي :

إذا أهمل تحويل الطاقة إلى الوسط لخارجي للجملة .

2 ـ الطاقة الكامنة المرونية

a ـ عندما يستطيل أو ينضغط نابض (خيط مطاطي) ثابت مرونته K بمقدار x ، فإنه يخزن طاقة كامنة مرونته عبارتها :

$$E_{pe} = 1/2\ K\ x^2$$



b ـ عندما نفتل بزاوية θ سلك فتل أو نابض حلزوني (نابض فتل) ثابت فتله C ، فإنه يخزن طاقة كامنة مرونية عبارتها :

$$E_{pe} = 1/2 \cdot C\ \theta^2$$

تمـــاريـــن

تمرين نموذجي

نربط كرية صغيرة كتلتها $m = 60\ g$ بطرف خيط طوله $L = 60\ cm$ و نعلق الطرف الثاني للخيط في حامل . نزيح الكرية عن وضع توازنها بزاوية قدها $\alpha_0 = 30°$ ثم نتركها لحالها . باختيار وضع التوازن كمرجع للتراتيب .

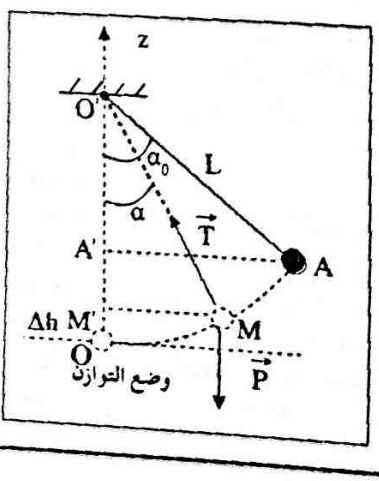
1 ـ جد عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية بدلالة الزاوية α (الزاوية التي يصنعها الخيط مع الشاقول) .

2 ـ بين أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة للكرية ثابت خلال الحركة .

3 ـ احسب سرعة الكرية عند مرورها من وضع التوازن .

4 ـ ما هي قيمة الزاوية α التي من أجلها تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها الأعظمية ؟

5 ـ إذا وضع مسمار في النقطة S منتصف القطعة OO' و أزيحت الكرية بنفس الزاوية $\alpha_0 = 30°$. ما هي أقصى زاوية يصنعها الخيط مع الشاقول من الجهة المقابلة ؟



حل التمرين النموذجي :

1 ـ إيجاد عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية بدلالة الزاوية α :

نعتبر الحالة كيفية حيث يصنع الخيط زاوية α مع المحور OZ .

حسب ما رأيناه في الدرس فإن التغير في الطاقة الكامنة الثقالية لما تنتقل الكرية من M إلى O هو : $\Delta E_{pp} = m \cdot g \cdot \Delta h$

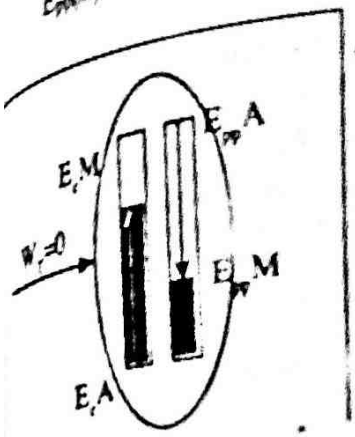
أي : $E_{pp(M)} - E_{pp(O)} = m \cdot g(Z_M - Z_O) = m \cdot g \cdot OM'$

باختيار المستوي المار من O مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية و وضع التوازن

كمبدأ للترتيب ، تكون الطاقة الكامنة الثقالية في هذا الوضع معدومة أي : $E_{pp(O)} = 0$

و منه : $OM' = L - L\cos\alpha = L(1 - \cos\alpha)$ $E_{pp(M)} = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha)$

2 ــ إثبات أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة ثابتة خلال الحركة :

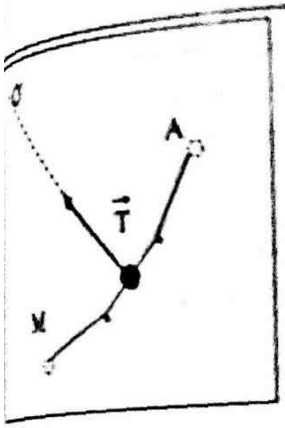


باختيار الجملة (الأرض + الكرية) نمثل الحصيلة الطاقوية بين الوضع A و وضع كيفي M ، حيث تستقبل الجملة أو تفقد طاقة نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$$E_{pp(A)} + E_{c(A)} + W_T = E_{pp(M)} + E_{c(M)}$$

W_T تحويل ميكانيكي ناتج عن عمل القوة T أي ناتج عن تأثير قوة شد الخيط T على هذه الجملة .

ــ تبيان أن عمل القوة T معدوم ($W_T = 0$) : باعتبار النقطة O' هي نقطة من محور الدوران ، و بما أن القوة T محمولة على الخيط الذي يمثل نصف قطر المسار الدائري إذن حاملها يلاقي محور الدوران و بالتالي يكون عزمها معدوم إذن عمل هذه القوة معدوم أي : $W_T = 0$.



تصبح معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $E_{pp(A)} + E_{c(A)} = E_{pp(M)} + E_{c(M)}$

في الوضع A سرعة الكرية معدومة إذن : $E_{c(A)} = 0$ و الجملة تخزن طاقة كامنة ثقالية فقط وهي قيمة ثابتة و منه : ثابت $= E_{pp(M)} + E_{c(M)} = E_{pp(A)} = Cte$

أي أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة هي قيمة ثابتة خلال الحركة .

يدعى مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة : الطاقة الميكانيكية للجملة و نرمز له E_m

حيث : $E_m = E_c + E_{pp}$

ملاحظة : في حالة الجملة التي لا تفقد و لا تستقبل طاقة (الجملة المعزولة) تكون الطاقة الميكانيكية ثابتة أي : $E_m = cte$.

3 ــ سرعة الكرية لحظة مرورها من وضع التوازن

معادلة انحفاظ الطاقة بين الوضعين A و O تكتب : $E_{pp(A)} + E_{c(A)} = E_{pp(O)} + E_{c(O)}$

علما أن $E_{pp(O)} = 0$ و $E_{c(A)} = 0$ لأن سرعة الكرية معدومة في النقطة A نحصل على : $E_{pp(A)} = E_{c(O)}$

أي أن السرعة عند موضع التوازن أعظمية : $E_{pp(A)} = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha_0) = 1/2 m v_0^2$

و منه : $v_0^2 = 2 \cdot g \cdot L(1 - \cos 30°) = 2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}6(1 - \cos 30°) \Rightarrow v_0 = 1{,}57$ m/s

4 ــ حساب الزاوية α عندما تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها الأعظمية :

نكتب معادلة الإنحفاظ بين الوضع A و الوضع M الذي تكون فيه للكرية سرعة تساوي نصف قيمتها الأعظمية

$$E_{pp(A)} = E_{pp(M)} + E_{c(M)}$$

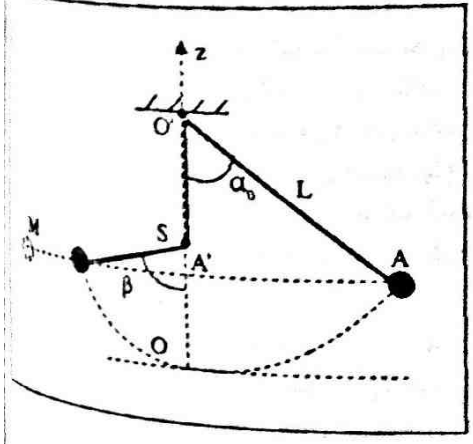
بالتعويض نحصل على : $m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha_0) = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha) + 1/2 \cdot m \cdot v^2$

حيث : $v = 1/2 \cdot v_0 \Rightarrow v^2 = 1/4 \cdot v_0^2$

بالتعويض في معادلة الإنحفاظ نجد : $m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha_0) = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\alpha) + 1/8 \cdot m \cdot v_0^2$

بالتعويض بقيمة $v_0 = 1{,}57$ m/s في هذه المعادلة نجد : $\cos\alpha = 0{,}90$ و منه : $\alpha = 26°$

5 ــ حساب الزاوية β



بالإعتماد على مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و الموضع B تكتب :

$$E_{pp(A)} = E_{pp(M)}$$

أي أن الكرية تصعد الى نفس الارتفاع ، و منه نحسب A'S ثم β

$A'S = A'O' - SO' = L \cdot \cos\alpha_0 - L/2$

$\cos\beta = [(L\cos\alpha_0 - L/2)]/[L/2] \Rightarrow \beta = 43°$

التمرين ــ1

اختر الجواب الصحيح

1ــ عبارة الطاقة الكامنة الثقالية تكتب على الشكل :

a) $E_{pp} = M g z$ b) $E_{pp} = - M g z$ c) $E_{pp} = 1/2 M g z^2$

ما هو شرط كتابة هذه العبارة ؟

2ــ الطاقة الكامنة الثقالية : a) تتعلق بمرجع الدراسة b) لا تتعلق بمرجع الدراسة

3ــ التغير في الطاقة الكامنة الثقالية : a) يتعلق بمرجع الدراسة b) لا يتعلق بمرجع الدراسة

4ــ عبارة التغير في الطاقة الكامنة الثقالية لجسم ينتقل من A الى B هي :

ـ عندما نقذف جسما نحو الأعلى ، طاقته الكامنة الثقالية : a) تتناقص b) تزداد c) تبقى ثابتة $\Delta E_{pp} = + W_{AB}(P)$ a) $\Delta E_{pp} = - W_{AB}(P)$ b)

ـ عندما ينتقل جسم على مستوى أفقي فإن طاقته الكامنة : a) تتناقص b) تزداد c) تبقى ثابتة

الحل ـ1

1 ـ a) $E_{pp} = M g z$ ـ شرط كتابة هذه العبارة : تحديد الجملة بمرجعها مثل (الجسم ، الأرض) أي اختيار مرجع تكون عنده $z = 0$. 2 ـ a) تتعلق بمرجع الدراسة . 3 ـ b) لا يتعلق بمرجع الدراسة. 4 ـ b) $\Delta E_{pp} = - W_{AB}(P)$

5 ـ b) تزداد . 6 ـ c) تبقى ثابتة .

التمرين ـ2

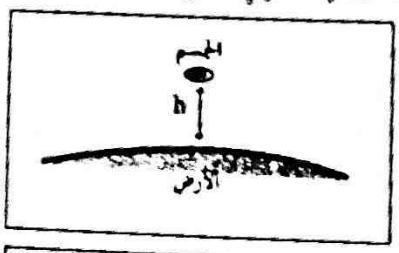
ماذا نعني بالعبارة "الطاقة الكامنة الثقالية معرفة بتقريب ثابت "

الحل ـ2

العبارة "الطاقة الكامنة الثقالية معرفة بتقريب ثابت " تعني أن باختيار محور التراتيب موجه نحو الأعلى نكتب في الحالة العامة عبارة الطاقة الكامنة الثقالية على الشكل : $E_{pp} = m g z + cte$ باختيار الطاقة الكامنة الثقالية تساوي صفرا عندما $z = 0$ تصبح العبارة : $E_{pp} = m g z$

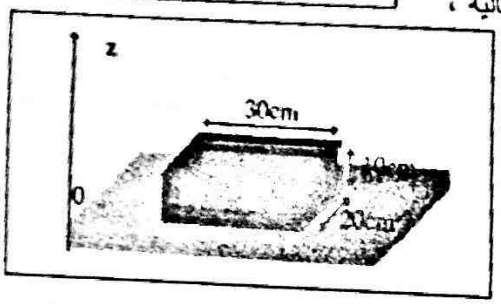
التمرين ـ3

إذا كان جسم موجودا على ارتفاع h من سطح الأرض و اخترنا الجملة المدروسة "الجسم" . هل لهذا الجسم طاقة كامنة ثقالية ؟ علل .



الحل ـ3

إذا اخترنا الجملة "الجسم" دون الأرض فإنه لا يمكن التحدث عن طاقة كامنة ثقالية ، بدون تحديد المرجع لأن الطاقة الكامنة الثقالية هي طاقة تتعلق بموضع الجسم بالنسبة للأرض (أو المرجع المختار) .



التمرين ـ4

نجورة متجانسة كتلتها $M = 2,4\ kg$ شكلها متوازي مستطيلات قائمة موضوعة على سطحها الكبيرة (انظر الشكل).

1 ـ احسب طاقتها الكامنة الثقالية في هذا الوضع .

2 ـ نوقفها على سطحها الصغير ، ما طاقتها الكامنة الثقالية في هذا الوضع ؟

3 ـ استنتج التغير في طاقتها الكامنة الثقالية خلال هذه العملية .

الحل ـ4

1 ـ حساب طاقتها الكامنة الثقالية في هذا الوضع : $E_{PP1} = m g z_1$ حيث z يمثل ارتفاع مركز ثقل الجسم عن سطح الأرض و يساوي : $z_1 = 10/2 = 5\ cm = 0,05\ m$ و منه : $E_{PP1} = m g z_1 = 2,4 . 9,8 . 0,05 = 1,176\ J$

2 ـ نوقفها على سطحها الصغير ، إيجاد طاقتها الكامنة الثقالية في هذا الوضع : $E_{PP2} = m g z_2$

حيث z يمثل ارتفاع مركز ثقل الجسم عن سطح الأرض و يساوي : $z_2 = 30/2 = 15\ cm = 0,15\ m$

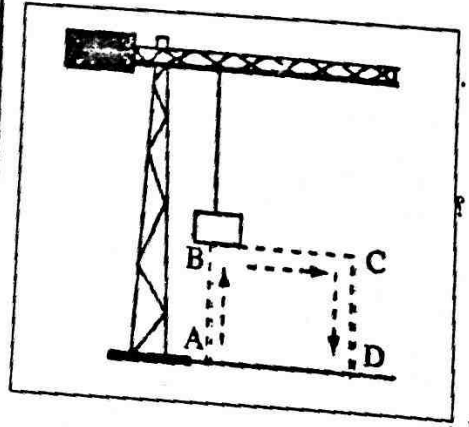
و منه : $E_{PP2} = m g z_2 = 2,4 . 9,8 . 0,15 = 3,528\ J$

3 ـ استنتاج التغير في طاقتها الكامنة الثقالية خلال هذه العملية : $E_{PP2} - E_{PP1} = \Delta E_{pp} = m . g . \Delta z$

أي : $E_{PP2} - E_{PP1} = m . g(z_2 - z_1)$

$\Delta E_{pp} = E_{PP2} - E_{PP1} = 3,528 - 1,176 = 2,352\ J$: أو مباشرة $\Delta E_{pp} = 2,4 . 9,8\ (0,15 - 0,05) = 2,352\ J$

التمرين ـ5



تنقل رافعة شاقوليا ، بسرعة ثابتة ، صندوقا كتلته 500 kg مسافة $AB = 6\ m$.

1 ـ مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (الصندوق + الأرض) بين الموضعين A و B .

2 ـ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة .

3 ـ احسب عمل القوة F المطبقة على الصندوق من طرف الكابل بين A و B .

4 ـ عند وصوله إلى B تنقله الرافعة أفقيا حتى C ، ما هو عمل F في هذه الحالة ؟

5 ـ تنزل الرافعة الصندوق من الموضع C إلى D ، بسرعة ثابتة ، احسب عمل القوة F المطبقة على الصندوق من طرف الكابل في هذه الحالة .

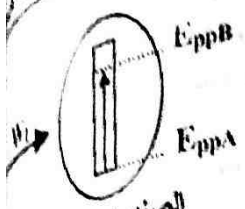
6 ـ استنتج عمل هذه القوة من A إلى D .

الحل ـ5

1 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الصندوق + الأرض) بين الموضعين A و B :

ـ بما أن سرعة الجسم ثابتة فلا يحدث أي تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ،

حيث أن الجملة تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W و هو عمل قوة الكابل و تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة ثقالية نتيجة ارتفاع الصندوق في الموضع B .



2 ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $W_1 + E_{PPA} = E_{PPB}$

باختيار الموضع A كمرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية : $E_{PPA} = 0$

و منه تكتب المعادلة : $W_1 = E_{PPB} = m \cdot g \cdot AB$

3 ــ عمل قوة الكابل من A إلى B : $W_1 = W_{AB} = E_{PPB} = m \cdot g \cdot AB = 500 \cdot 9{,}8 \cdot 6 = 29400\ J$

4 ــ عند وصول الصندوق الى النقطة B تنقله الرافعة أفقيا حتى النقطة C ، إيجاد عمل قوة الكابل في هذه الحالة :

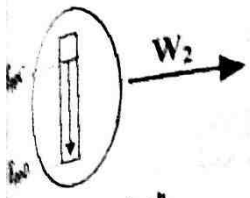
عمل قوة الكابل من B إلى C معدوم لأن حامل القوة عمودي على الإنتقال .

5 ــ تنزل الرافعة الصندوق من الموضع C الى D ، حساب عمل القوة F المطبقة على الصندوق من طرف الكابل :

عمل قوة الكابل من C إلى D :

ــ تمثيل الحصيلة الثقلوية للجملة (الصندوق + الأرض) بين الموضعين C و D .

ــ بما أن سرعة الجسم ثابتة فلا يحدث أي تغير في طاقته الحركية و يكون [illegible] الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تفقد طاقة كامنة ثقلية نتيجة سقوط الصندوق من C إلى D . و تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة عمل قوة الكابل W_2 و هو عمل مقاوم .



ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{ppC} - W_2 = E_{PPD}$

باختيار الموضع D كمرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية : $E_{PPD} = 0$ و منه تكتب المعادلة : $W_2 = E_{ppC} = m \cdot g \cdot CD$

ــ عمل قوة الكابل من C إلى D : $W_2 = -W_{CD} = -E_{ppC} = -m \cdot g \cdot CD = -500 \cdot 9{,}8 \cdot 6 = -29400\ J$

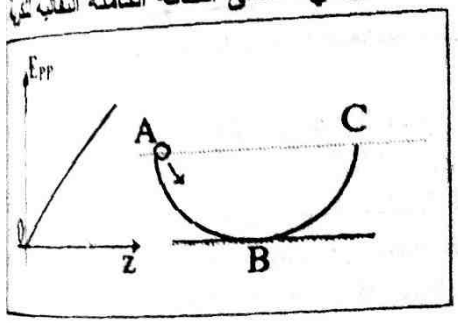
أضفنا الإشارة السالبة لأننا نعرف أن عمل قوة الكابل من C إلى D سالب لأن عملها مقاوم حيث تعاكس جهة الحركة .

6 ــ استنتاج عمل هذه القوة من A إلى D : $W_{AD} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = 29400 + 0 - 29400 = 0$

عمل هذه القوة من A إلى D يكون معدوما .

التمرين ــ6

نترك بدون ، سرعة ابتدائية ، كرية تتدحرج داخل إناء نصف كروي . يمثل الشكل الموالي منحنى الطاقة الكامنة الثقلية لكرية بدلالة الإرتفاع z .



1 ــ ما هو شكل طاقة الجملة في الوضع A ؟

2 ــ ما هو شكل طاقة الجملة في الوضع B ؟

3 ــ إذا وصلت الكرية الى النقطة C ، ماذا يمكنك أن تقول عن الجملة (الكرية + الارض) في هذه الحالة ؟

مثل عندئذ منحنيي الطاقة الحركية و الطاقة الكلية .

الحل ــ6

1 ــ شكل طاقة الجملة في الوضع A : طاقة كامنة ثقالية

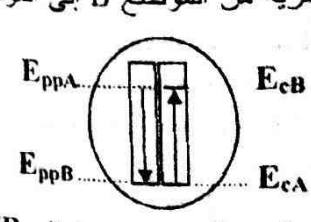
باعتبار الموضع B كمرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية : $E_{PPB} = 0$

2 ــ شكل طاقة الجملة في الوضع B : طاقة حركية

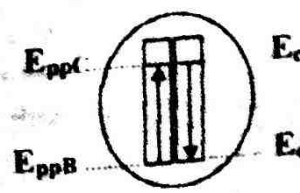
باعتبار الموضع B كمرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية : $E_{PPB} = 0$

3 ــ إذا وصلت الكرية الى النقطة C ، يمكننا أن نقول عن الجملة (الكرية + الارض) في هذه الحالة :

الجملة : الكرية + الأرض (من A إلى B ثم إلى C) : تكتسب الجملة طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع الكرية عن الأرض و تحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة حركية في الموضع B نتيجة سقوط الكرية من الموضع A إلى الموضع B و تتحول الأخيرة كلها (تحويل ميكانيكي) من جديد إلى طاقة كامنة ثقلية وهذا عند انتقال الكرية من الموضع B إلى الموضع C النهائي .

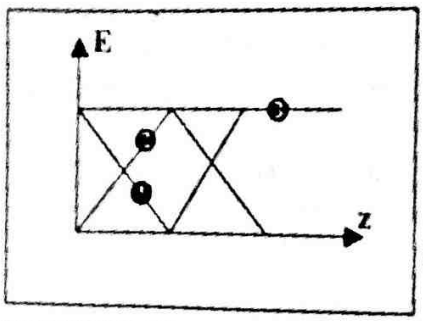


الكرية + الأرض (من A إلى B)



الكرية + الأرض (من B إلى C)

يمكننا أن نقول عن الجملة (الكرية + الارض) في هذه الحالة أن طاقتها الكلية محفوظة أي ثابتة ، أي لا تخضع للاحتكاكات خلال الحركة و أن الجملة معزولة .



ـ تمثل عندئذ منحنيي الطاقة الحركية و الطاقة الكلية :
ـ يمثل منحنى الطاقة الكامنة حيث كلما زاد الإرتفاع زادت الطاقة .
● : يمثل منحنى الطاقة الحركية حيث كلما زاد الإرتفاع نقصت الطاقة .
● : يمثل منحنى الطاقة الكلية حيث كلما زاد أو نقص الإرتفاع تبقى ثابتة .
● : يمثل منحنى

التمرين ـ7

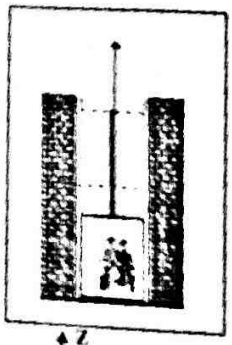
تصعد مجموعة من الأشخاص في مصعد عمارة من الطابق الأرضي الى الطابق التاسع

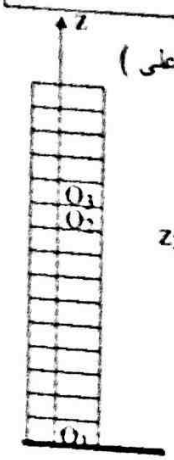
إذا كانت كتلة المصعد و الأشخاص تساوي 1025 kg ، باختبار الجملة : (المصعد و الأشخاص ، الأرض) . علما أن علو كل طابق يساوي 3 m .

التالية : 1 ـ احسب الطاقة الكامنة الثقالية للجملة عندما تكون في الطابق التاسع في حالة اختيار المراجع a) سطح الأرض b) الطابق التاسع c) الطابق العاشر

2 ـ احسب عمل القوة المطبقة من طرف الكابل على المصعد عند انتقاله من الطابق الأرضي إلى الطابق التاسع .

3 ـ احسب استطاعة هذه القوة إذا كانت سرعة المصعد خلال الحركة تساوي 1,2 m/s .





الحل ـ7

1 ـ حساب الطاقة الكامنة للجملة في الطابق التاسع في حالة اختيار المرجع :

a) سطح الأرض

عبارة الطاقة الكامنة الثقالية باستعمال المتغير z : $E_{pp} = M . g . z_1$ (باختيار محور التراتيب موجه نحو الأعلى)

ـ المرجع في O_1 (سطح الأرض) : $E_{PP9} = M\,g\,z_1 = 1025 . 9,80 . 3 . 9 = 2,7 . 10^5\ J$

مع $z_1 = 3 . 9 = 27\ m$ حيث علو كل طابق هو 3 m .

b) الطابق التاسع

ـ المرجع في O_2 (الطابق التاسع) $E_{PP9} = M . g . z_2$ و منه : $E_{PP9} = M . g . z_2 = 0$ لأن $z_2 = 0$

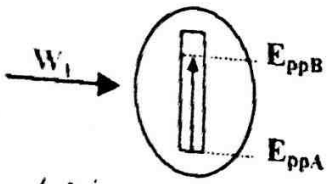
c) الطابق العاشر

ـ المرجع في O_3 (الطابق العاشر) $E_{PP10} = M\,g\,z_3$ ، هنا المتحرك أسفل المرجع و منه : $z_3 = -3\ m$

إذن : $E_{PP3} = 1025 . 9,80 . (-3) = -3,0 . 10^4\ J$

2 ـ عمل قوة الكابل من الطابق الأرضي إلى الطابق التاسع :

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (المصعد و الأشخاص ، الأرض) بين الموضعين :



(المصعد و الأشخاص ، الأرض)

الطابق الأرضي A و الطابق التاسع B :

ـ بما أن سرعة الجسم ثابتة فلا يحدث أي تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل قوة الكابل و تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع الصندوق في الطابق التاسع .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $W_1 + E_{PPA} = E_{PPB}$.

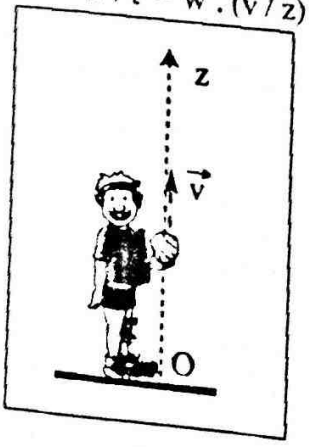
باختيار A كمرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية : $E_{PPA} = 0$ تكتب المعادلة : $W_1 = W_{AB} = E_{PPB} = m . g . AB$

ـ عمل قوة الكابل من A إلى B : $W_1 = E_{PPB} = m . g . AB = 1025 . 9,8 . 27 = 2,7 . 10^5\ J$

3 ـ حساب استطاعة هذه القوة إذا كانت سرعة المصعد خلال الحركة تساوي 1,2 m/s : $P = E / t = W / t$

بما أن المصعد له حركة مستقيمة منتظمة إذن : $t = z / v$ بالتعريض في عبارة P نحصل على : $P = W / t = W . (v / z)$

$P = 2,7 . 10^5 . (1,2 / 27) = 1,2 . 10^4$ Watt .



التمرين ـ8

يقذف طفل كرة كتلتها m = 400 g شاقوليا نحو الأعلى بسرعة v = 4 m/s .

كانت الكرة على ارتفاع z = 1,2 m عن سطح الأرض لما غادرت يد الطفل .

1 ـ باختيار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية ، احسب الطاقة الكامنة الثقالية للكرة عند مغادرتها يد الطفل .

2 ـ ما هو أقصى ارتفاع ، بالنسبة للأرض تبلغه الكرة ؟ عين خصائص

3 ـ ما هي قيمة سرعة الكرة لحظة رجوعها و مرورها من موضع انطلاقها ؟ عين خصائص شعاع السرعة في هذا الموضع .

4 ـ احسب بطريقتين سرعة الكرة لحظة ملامستها سطح الارض و ذلك باختيار الجمل التالية :

a) (الأرض + الكرة) b) الكرة .

الحل :

1 ــ حساب الطاقة الكامنة الثقالية للكرة عند مغادرتها يد الطفل ، باختيار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية : ــ المرجع هو سطح الأرض في O : $E_{PP} = M \cdot g \cdot z_1$

إذن : $E_{PP} = 0.4 \cdot 9,80 \cdot (1,2) = 4,704$ J

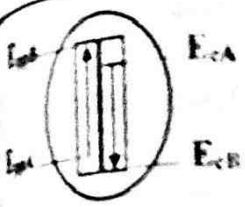
مع $z_1 = 1,2$ m حيث علو الكرة عن المرجع .

2 ــ حساب أقصى ارتفاع تبلغه الكرة :

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرة ، الأرض) بين الموضعين :

موضع القذف A و موضع أقصى ارتفاع B :

ــ بما أن سرعة الجسم تتقص إلى أن تنعدم عند أقصى ارتفاع يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو الطفل و تتحول هذه الطاقة (تحويل ميكانيكي) إلى طاقة كامنة ثقالية نتيجة ارتفاع الكرة عن موضع القذف .



(الكرة ، الأرض)

ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPB} + E_{cB}$

سرعة الجسم تتقص إلى أن تنعدم عند أقصى ارتفاع : $E_{cB} = 0$

$$E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPB}$$

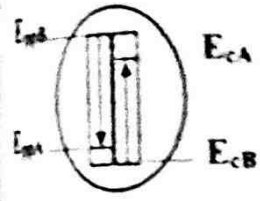
$$1/2 \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot OA = m \cdot g \cdot OB$$

$$1/2 \cdot v_A^2 + g \cdot OA = g \cdot OB$$

$$1/2 \cdot 4^2 + 9,80 \cdot 1,2 = 9,80 \cdot OB \Rightarrow OB = 2,016 \text{ m}$$

3 ــ حساب سرعة الكرة لحظة رجوعها و مرورها من موضع انطلاقها :

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرة ، الأرض) بين الموضعين :



(الكرة ، الأرض)

موضع انطلاق الرجوع B و موضع الوصول بعد الرجوع A :

ــ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقالية نتيجة سقوط الكرة .

ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cB} + E_{PPB} = E_{PPA} + E_{cA}$

سرعة الجسم معدومة عند أقصى ارتفاع : $E_{cB} = 0$ و منه : $E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPB}$

$$1/2 \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot OA = m \cdot g \cdot OB$$

$$1/2 \cdot v_A^2 + g \cdot OA = g \cdot OB$$

$$1/2 \cdot v_A^2 + 9,80 \cdot 1,2 = 9,80 \cdot 2,016 \Rightarrow v_A = 4 \text{ m/s}$$

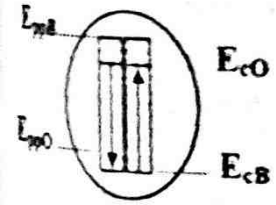
ــ تعيين خصائص شعاع السرعة في هذا الموضع :

له نفس خصائص شعاع السرعة في هذا الموضع عند القذف و لكن يعاكسه في الإتجاه .

4 ــ حساب سرعة الكرة لحظة ملامستها سطح الأرض و ذلك باختيار الجملة التالية :

a) (الكرة ، الأرض) :

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرة ، الأرض) بين الموضعين :



(الكرة ، الأرض)

موضع بداية الرجوع B و موضع الوصول بعد الرجوع O :

ــ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقالية نتيجة سقوط الكرة .

ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cB} + E_{PPB} = E_{PPO} + E_{cO}$

سرعة الجسم معدومة عند أقصى ارتفاع : $E_{cB} = 0$ و كذلك عند المرجع O تكون : $E_{PPO} = 0$

$$E_{PPB} = E_{cO}$$

$$m \cdot g \cdot OB = 1/2 \cdot m \cdot v_O^2$$

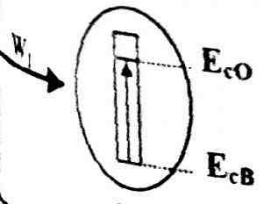
$$g \cdot OB = 1/2 \cdot v_O^2$$

$$9,8 \cdot 2,016 = 1/2 \cdot v_O^2 \Rightarrow v_O = 6,285 \text{ m/s}$$

ــ حساب سرعة الكرة لحظة ملامستها سطح الأرض و ذلك باختيار الجملة التالية :

b) الكرة

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرة) بين الموضعين :



الكرة

موضع بداية الرجوع B و موضع الوصول O بعد الرجوع :

ــ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي)

محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل قوة الثقل ناتج عن سقوط الكرة .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $W_1 + E_{cB} = E_{cO}$. سرعة الجسم معدومة عند أقصى ارتفاع : $E_{cB} = 0$

تكتب المعادلة : $W_1 = E_{cO}$

$W_1 = m \cdot g \cdot OB = E_{PPB} = E_{cO}$

$m \cdot g \cdot OB = 1/2 \cdot m \cdot v_O^2$

$g \cdot OB = 1/2 \cdot v_O^2$

$9.8 \cdot 2,016 = 1/2 \cdot v_O^2 \Rightarrow v_O = 6,285$ m/s

التمرين ـ 9

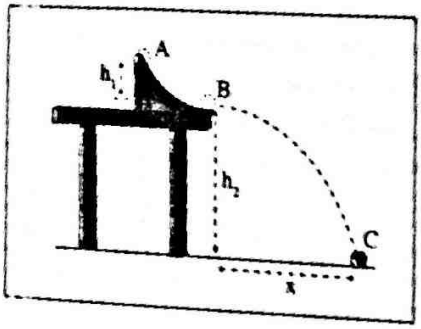
نترك كرية صغيرة كتلتها $m = 10$ g تنزلق بدون تدحرج بدون سرعة ابتدائية من أعلى زلقة (الوضع A) مثبة على طاولة . ارتفاع الزلقة و الطاولة هما على التوالي : $h_1 = 20$ cm $h_2 = 90$ cm . باهمال قوى الاحتكاك :

1 ـ احسب سرعة الكرية لحظة خروجها من الزلقة (الوضع B) .

نعتبر شعاع السرعة أفقي في هذا الوضع .

2 ـ احسب سرعة الكرية لحظة لمسها سطح الأرض (الوضع C)

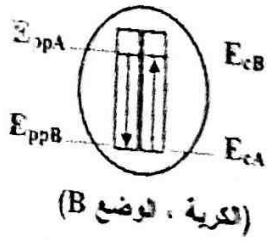
3 ـ احسب المدى x إذا كانت المدة الزمنية بين الخروج من الزلقة و لمس الأرض هي 0,5 s .



الحل ـ 9

1 ـ حساب سرعة الكرية لحظة خروجها من الزلقة (الوضع B) و ذلك باختيار الجملة التالية : (الكرية ، الوضع B)

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرية ، الوضع B) بين الموضعين :



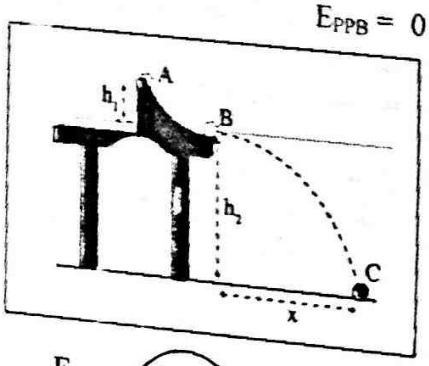
(الكرية ، الوضع B)

موضع الإنطلاق عند A و موضع الوصول عند B :

ـ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقلية نتيجة سقوط الكرية .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPB} + E_{cB}$

سرعة الجسم معدومة عند الإنطلاق : $E_{cA} = 0$ و كذلك عند المرجع B تكون : $E_{PPB} = 0$



$E_{PPA} = E_{cB}$

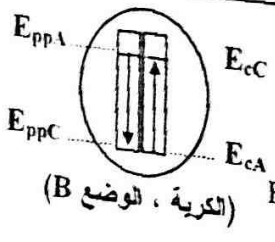
$m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2$

$g \cdot h_1 = 1/2 \cdot v_B^2$

$9,8 \cdot 0,2 = 1/2 \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = 1,98$ m/s

2 ـ حساب سرعة الكرية لحظة لمسها سطح الأرض (الموضع C) و ذلك باختيار الجملة التالية (الكرية ، الموضع C) :

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (الكرية ، الموضع C) بين الموضعين :



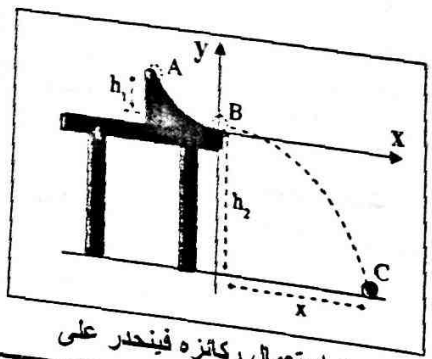
(الكرية ، الوضع B)

موضع الإنطلاق عند A و موضع الوصول عند C :

ـ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقلية نتيجة سقوط الكرية .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPC} + E_{cC}$

سرعة الجسم معدومة عند الإنطلاق : $E_{cA} = 0$ و كذلك عند المرجع C تكون : $E_{PPC} = 0$



$E_{PPA} = E_{cC}$

$m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_C^2$

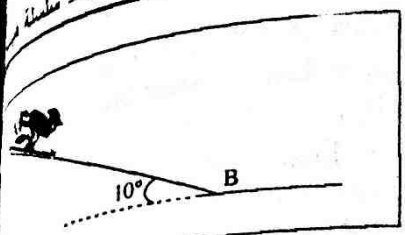
$g \cdot (h_1 + h_2) = 1/2 \cdot v_C^2$

$9,8 \cdot 1,1 = 1/2 \cdot v_C^2 \Rightarrow v_C = 4,64$ m/s

3 ـ حساب المدى x إذا كانت المدة الزمنية بين الخروج من الزلقة و لمس الأرض هي 0,5 s : عند وصول الكرية إلى الموضع B تواصل حركتها على المستويين : الأفقي B_x و الشاقولي By حيث على المستوي الأفقي لا توجد أي قوة تؤثر عليه و منه حسب مبدأ العطالة لنيوتن فإن الكرية تواصل حركتها بحركة مستقيمة منتظمة أي : $x = v_B \cdot t = 1,98 \cdot 0,5 = 1$ m .

التمرين ـ 10

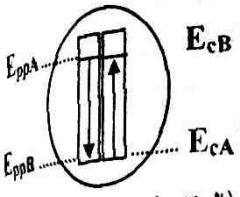
ينطلق متزحلق كتلته هو و جهازه $M = 85$ kg من النقطة A بدون سرعة ابتدائية و بدون استعمال ركائزه فينحدر على



مستوي مائل و أملس يصنع زاوية $\alpha = 10°$ مع المستوى الأفقي .
1 ـ احسب سرعة المتزحلق في النقطة B حيث $AB = 100\ m$
2 ـ في الحقيقة كانت سرعة المتزحلق في النقطة B تساوى ثلثي القيمة السابقة بسبب الإحتكاكات ، احسب شدة قوة الإحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال الحركة .
3 ـ يواصل المتزحلق الحركة على مستوى أفقي تحت تأثير نفس قوة الإحتكاك و بدون استعمال الركائز . أوجد موضع النقطة C التي تنعدم فيها سرعتها ؟

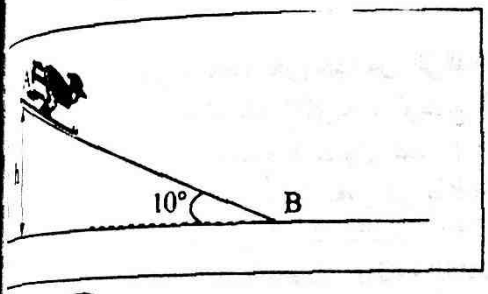
الحل ـ 10

1 ـ حساب سرعة المتزحلق في النقطة B و ذلك باختيار الجملة التالية : (المتزحلق ، الوضع B) :



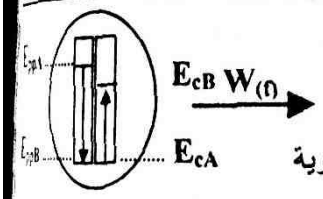
(المتزحلق ، الوضع B)

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (المتزحلق ، الوضع B) بين الموضعين :
موضع الإنطلاق عند A و موضع الوصول عند B :
ـ بما أن سرعة المتزحلق تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل الآتي ،حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكا
(تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقلية نتيجة نزول المتزحلق .
ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + E_{PPA} = E_{PPB} + E_{cB}$
سرعة المتزحلق معدومة عند الإنطلاق : $E_{cA} = 0$
و كذلك عند المرجع B تكون : $E_{PPB} = 0$



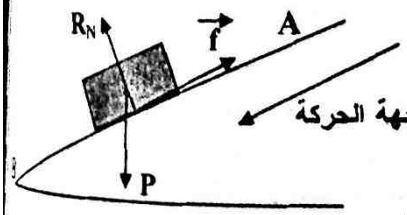
$$E_{PPA} = E_{cB}$$
$$m \cdot g \cdot h = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2$$
$$g \cdot AB \cdot \sin\alpha = 1/2 \cdot v_B^2$$
$$9,8 \cdot 100 \cdot \sin 10° = 1/2 \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = 18,45\ m/s$$

2 ـ في الحقيقة كانت سرعة المتزحلق في النقطة B تساوى ثلثي القيمة السابقة بسبب الاحتكاكات ، حساب شدة قوة الإحتكاك f التي نعتبرها ثابتة خلال الحركة :



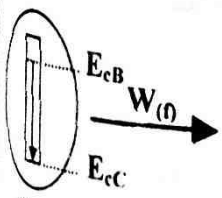
(المتزحلق ، الوضع B)

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (المتزحلق ، الوضع B) بين الموضعين :
موضع الإنطلاق عند A و موضع الوصول عند B :
ـ بما أن سرعة الجسم تزداد ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تكتسب طاقة حركية عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة نقصان الطاقة الكامنة الثقلية نتيجة نزول المتزحلق و تفقد طاقة بسبب قوى الإحتكاك وهو تحويل ميكانيكي أيضا $W_{(f)}$ و هو عمل مقاوم .
ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + E_{PPA} - W_{(f)} = E_{PPB} + E_{cB}$
سرعة المتزحلق معدومة عند الإنطلاق : $E_{cA} = 0$
و كذلك عند المرجع B تكون : $E_{PPB} = 0$

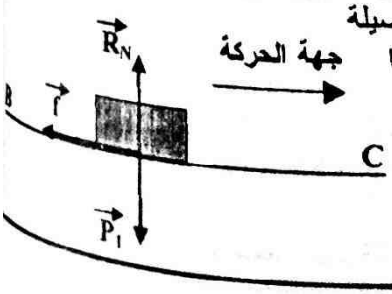


$$E_{PPA} - W_{(f)} = E_{cB}$$
$$m \cdot g \cdot h - f \cdot AB = 1/2 \cdot m \cdot v'^2_B$$
$$m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha - f \cdot AB = 1/2 \cdot m \cdot v'^2_B$$
$$m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha - f \cdot AB = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2$$
$$\Rightarrow f = [(m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha) - (1/2 \cdot m \cdot v'^2_B)] / [AB]$$
$$\Rightarrow f = [(85 \cdot 9,8 \cdot 100 \cdot \sin 10°) - (1/2 \cdot 85 \cdot (18,45 \cdot 2/3)^2)] / [100]$$
$$\Rightarrow f = 80,35\ N$$

3 ـ **إيجاد موضع النقطة C التي تنعدم فيها سرعته :**



ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (المتزحلق) بين الموضعين :
موضع الإنطلاق عند B و موضع الوصول عند C :
ـ بما أن سرعة المتزحلق تتقص ، يحدث تغير في طاقته الحركية و يكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، حيث أن الجملة تملك طاقة حركية مكتسبة تفقدها كلها بسبب قوى الإحتكاك و هو تحويل ميكانيكي $W_{(f)}$ و هو عمل مقاوم .



ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cB} - W_{(f)} = E_{cC}$
سرعة المتزحلق عند C معدومة : $E_{cC} = 0$

$$E_{cB} - W_{(f)} = 0$$

$$f . BC = 1/2 . m . v_B^2 \Rightarrow BC = [1/2 . m . v_B^2] / f$$
$$\Rightarrow BC = [1/2 . 85 . 12,3^2] / 80,35 = 80 \text{ m}$$

التمرين ـ 11

اختر الجواب الصحيح :

1ـ عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض بمقدار استطالته أو انضغاطه : a) نعم b) لا

2ـ تنعدم الطاقة الكامنة المرونية : a) بالنسبة لوضع التوازن b) بالنسبة لوضع النابض في حالته الطبيعية

3ـ يحسب مقدار الإستطالة : a) يتعلق بمرجع الدراسة b) لا يتعلق بمرجع الدراسة

4ـ التغير في الطاقة الكامنة المرونية : a) تتناقص b) تزداد c) تبقى ثابتة

5ـ عندما ينضغط نابض فإن طاقته الكامنة المرونية : a) تتناقص b) تزداد c) تبقى ثابتة

6ـ عندما يستطيل نابض فإن طاقته الكامنة المرونية : a) $E_{pe} = 1/2\ C\theta$ b) $E_{pe} = -C\theta$ c) $E_{pe} = 1/2\ C\theta^2$

7ـ عندما نفتل بزاوية θ سلك فتل فإن طاقته الكامنة المرونية : a) تتناقص b) تزداد c) تبقى ثابتة

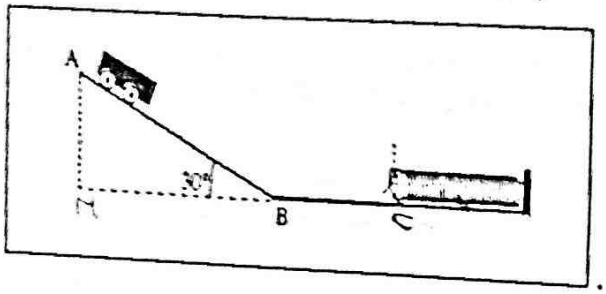
8ـ عندما نضغط على نابض أو نفتل سلكا فإنه : a) يفقد طاقة b) يكسب طاقة c) لا تتغير طاقته

الحل ـ 11

1ـ c) $E_{pe} = 1/2\ k x^2$. 2ـ a) نعم . 3ـ b) بالنسبة لوضع النابض في حالته الطبيعية 4ـ b) لا يتعلق بمرجع الدراسة

5ـ b) تزداد . 6ـ b) تزداد . 7ـ c) $E_{pe} = 1/2\ C\theta^2$. 8ـ b) تزداد . 9ـ b) يكسب طاقة .

التمرين ـ 12



نترك عربة صغيرة كتلتها $M = 800\ g$ تنحدر بدون سرعة ابتدائية من أعلى مستوي مائل أملس يصنع زاوية $\beta = 30°$ مع المستوي الأفقي . بعد قطعها المسافة $AB = 80\ cm$ على هذا المستوي تواصل حركتها على مستوي أفقي ثم تلتحم بنابض ثابت مرونته $K = 4\ N/cm$ فتضغطه .

1 ـ حدد الجملة التي تدرسها و اذكر التحولات الطاقوية التي تحدث .

2 ـ مثل حصيلتها الطاقوية بين الوضع A و الوضع الذي يوافق أقصى انضغاط النابض .

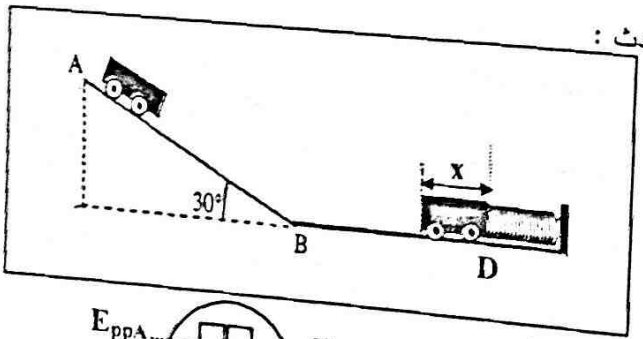
3 ـ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة . 4 ـ **ما هي أقصى مسافة ينضغط بها النابض ؟**

5 ـ استنتج شدة القوة التي يطبقها النابض على العربة في هذا الوضع

6 ـ إلى أي ارتفاع تصعد العربة على المستوي المائل بعد استطالة النابض و استرجاعه حالته الأصلية ؟ علل اجابتك .

7 ـ مثل هذه المرة الحصيلة الطاقوية بين الوضع A و الوضع الذي تلمس فيه العربة النابض و أجب على نفس الاسئلة .

الحل ـ 12

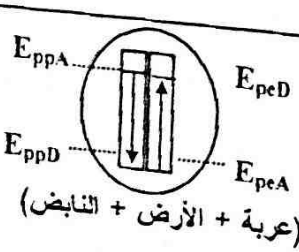


1 ـ تحديد الجملة التي ندرسها و ذكر التحولات الطاقوية التي تحدث :

ـ باختيار الجملة (عربة + الأرض + النابض)

تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع A إلى طاقة حركية في الوضع B ثم إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض عندما ينضغط كلية في الوضع D .

2 ـ تمثيل حصيلتها الطاقوية بين الوضع A و الوضع الذي يوافق أقصى انضغاط للنابض أي D .



ـ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و D :

تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع A إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض عندما ينضغط كلية في الوضع D .

3 ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{PPA} = E_{peD}$$
$$M . g . h = 1/2\ k x^2$$

4 ـ أقصى انضغاط للنابض :

$$M . g . h = 1/2\ k x^2$$
$$M . g . AB . \sin 30° = 1/2\ k x^2$$
$$0,8 . 9,8 . 0,8 . \sin 30° = 1/2 . 400 . x^2 \Rightarrow x = 12,52 \text{ cm}$$

$$T = k . x = 400 . 12,5 . 10^{-2} = 50 \text{ N}$$

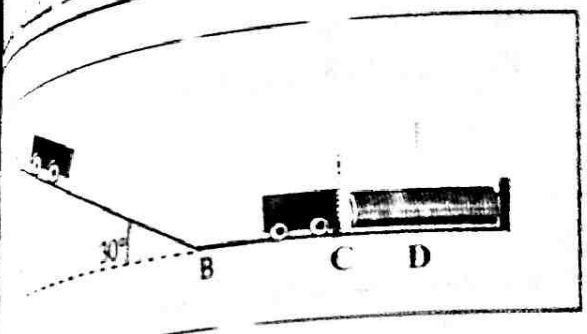
5 ـ استنتاج شدة القوة التي يطبقها النابض على العربة في هذا الوضع :

6 ـ إيجاد الإرتفاع الذي تصعده العربة على المستوي المائل بعد استطالة النابض و استرجاعه حالته الأصلية :

بالإعتماد على مبدأ انحفاظ الطاقة و بإهمال قوى الإحتكاك تصعد العربة حتى الموضع A بعد استطالة النابض حيث تتحول كل

الطاقة الكامنة المرونية إلى كامنة ثقالية .

7 ــ تمثيل هذه المرة الحصيلة الطاقوية بين الوضع A و الوضع الذي تلمس فيه العربة النابض نسميه C :



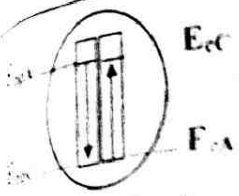
a ــ تحديد الجملة و ذكر التحولات الطاقوية التي تحدث :

ــ باختيار الجملة (عربة + الأرض)

تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع A إلى طاقة حركية في الوضع C .

b ــ تمثيل حصيلتها الطاقوية بين الوضع A الوضع C :

تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع A إلى طاقة حركية في الوضع C .



c ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{ppA} = E_{cC}$

$$M \cdot g \cdot h = 1/2\ M\ v_C^2$$

d – أقصى انضغاط للنابض : النابض في هذه الحالة لم ينضغط .

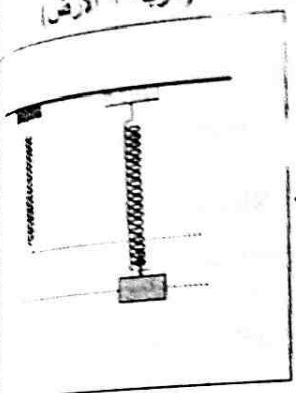
التمرين ــ13

نعلق جسما كتلته 200 g في طرف نابض ثابت مرونته K = 10 N/m ثم نتركه يسقط بدون سرعة ابتدائية انطلاقا من الموضع A حيث يكون النابض في حالته الأصلية .

1 ــ مثل الحصيلة الطاقوية للجمل التالية (الجسم + النابض + الأرض) ثم (الجسم + النابض) بين لحظة الإنطلاق و لحظة بلوغ النابض أقصى استطالة .

2 ــ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة في كل حالة . 3 ــ احسب أقصى استطالة يأخذها النابض .

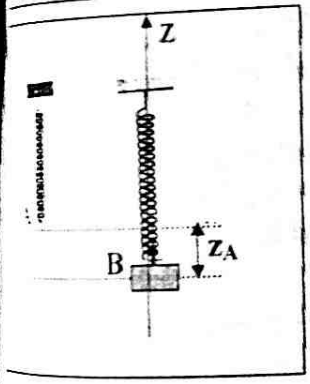
4 ــ استنتج الطاقة الكامنة المرونية للنابض في هذه الحالة .



الحــل ــ13

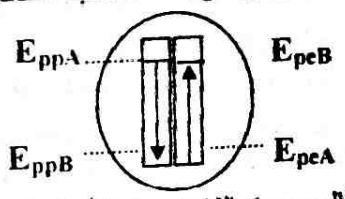
1 ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجمل التالية (الجسم + النابض + الأرض) بين لحظة الإنطلاق و لحظة بلوغ النابض أقصى استطالة :

نختار النقطة B مبدأ التراتيب التي توافق أقصى استطالة للنابض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .



ــ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و B :

تتحول الطاقة الكامنة الثقالية للجملة في الوضع A إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض عندما يستطيل في الوضع B .

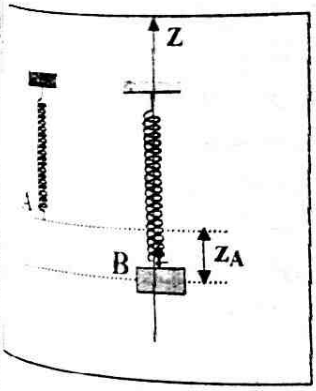


ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{PPA} = E_{peB}$

$$M \cdot g \cdot z_A = 1/2\ k\ z_A^2$$

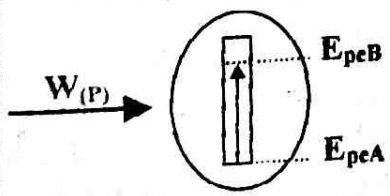
1 ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة التالية (الجسم + النابض) بين لحظة الإنطلاق و لحظة بلوغ النابض أقصى استطالة :

نختار النقطة B مبدأ التراتيب التي توافق أقصى استطالة للنابض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .



ــ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و B :

تحت تأثير قوة الثقل المؤثرة على الجسم نتيجة انتقاله شاقوليا من A إلى B يحدث تحويل طاقوي بين عمل قوة الثقل إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض عندما يستطيل في الوضع B .



ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

$$W_{(P)} = E_{peB}$$

$$M \cdot g \cdot z_A = 1/2\ k\ z_A^2$$

3 ــ حساب أقصى استطالة يأخذها النابض :

$$M \cdot g \cdot z_A = 1/2\ k\ z_A^2$$

$$M \cdot g = 1/2\ k\ z_A$$

$$z_A = 2\ M \cdot g / K = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}80 / 10 = 0{,}39\ m = 39{,}2\ cm .$$

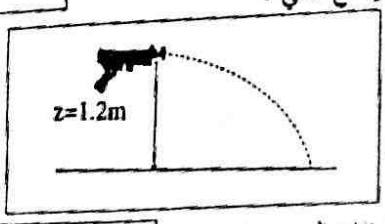
4 ــ استنتاج الطاقة الكامنة المرونية للنابض في هذه الحالة :

$$E_{pe} = 1/2\ K \cdot z_A^2 = 1/2 \cdot 10 \cdot 0{,}39^2 = 0{,}77\ J .$$

التمرين ــ14

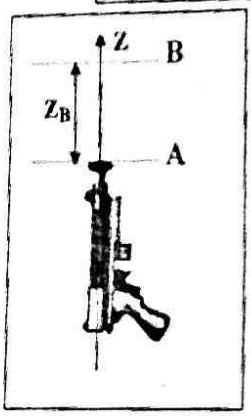
يقذف طفل سهما صغيرا كتلته m = 4 g بواسطة مسدس صغير (لعبة أطفال) و ذلك بضغط نابض بمقدار x = 3 cm

1 ـ صف التحولات الطاقوية التي تحدث . يعطى : ثابت مرونة النابض k = 200 N/m .
2 ـ إلى أي ارتفاع يصعد السهم إذا قذف شاقوليا بإهمال مقاومة الهواء ؟
3 ـ إلى أي سرعة السهم لحظة خروجه من المسدس ؟
4 ـ ما هي سرعة السهم نصف المسافة الموجودة في السؤال 2 ؟ في رأيك ما سبب ذلك ؟
5 ـ في الحقيقة قطع السهم المعيقة لحركته ، بفرض أنها ثابتة و حاملها منطبق على المسار .
6 ـ احسب شدة القوة المعيقة لحركته من المسدس لو قذف هذا الأخير في وضع أفقي ؟
7 ـ ما هي سرعة السهم لحظة لمسه سطح الأرض بإهمال مقاومة الهواء .



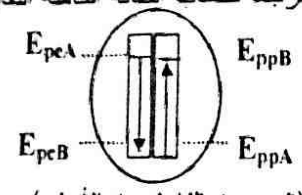
<u>الحل ـ 14</u>

1 ـ التحولات الطاقوية التي تحدث : الطفل يضغط على النابض فيكتسب طاقة كامنة مرونية و عند تركه لحاله يستعيد النابض طوله الأصلي فيقدم طاقة للسهم على شكل طاقة حركية فينطلق السهم إلى الأعلى و خلال هذا الصعود تتحول الطاقة الحركية للسهم المكتسبة من النابض إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع السهم عن موضع الإنطلاق الذي نعتبره مرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية .



1 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة التالية (السهم + النابض + الأرض) بين لحظة الإنطلاق A (النابض مضغوط) و لحظة بلوغ السهم أقصى ارتفاع B :

نختار النقطة A مبدأ التراتيب التي توافق أقصى انضغاط للنابض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية.



ـ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و B :
النابض و هو مضغوط يملك طاقة كامنة مرونية و تتحول هذه الطاقة المكتسبة من النابض إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع السهم عن موضع الإنطلاق الذي نعتبره مرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{peA} = E_{ppB}$$
$$1/2\, k\, x^2 = M \cdot g \cdot z_B$$

2 ـ إيجاد أقصى ارتفاع يصعد إليه السهم إذا قذف شاقوليا بإهمال مقاومة الهواء :

$$1/2\, k\, x^2 = M \cdot g \cdot z_B$$
$$z_B = [1/2\, k\, x^2] / M \cdot g = [1/2 \cdot 200 \cdot 0{,}03^2] / 0{,}004 \cdot 9{,}8 = 2{,}29\ m.$$

3 ـ سرعة السهم لحظة خروجه من المسدس :

الطفل يضغط على النابض فيكتسب طاقة كامنة مرونية و عند تركه لحاله يستعيد النابض طوله الأصلي فيقدم طاقة للسهم على شكل طاقة حركية فينطلق السهم إلى الأعلى بسرعة v : ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{peA} = E_{cA}$

ـ سرعة السهم لحظة خروجه من المسدس :

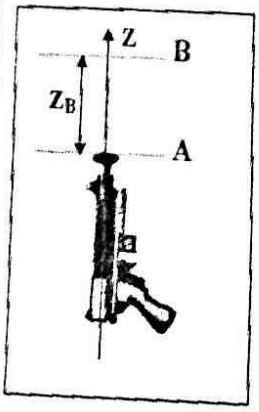
$$1/2\, k\, x^2 = 1/2\, M \cdot v^2 \Rightarrow k\, x^2 = M \cdot v^2$$
$$\Rightarrow v^2 = k\, x^2 / M = 200 \cdot 0{,}03^2 / 0{,}004 \Rightarrow v = 6{,}7\ m/s$$

4 ـ في الحقيقة قطع السهم نصف المسافة الموجودة في السؤال 2 . سبب ذلك :

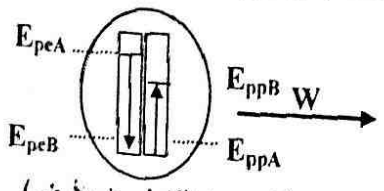
سبب ذلك يرجع إلى وجود احتكاكات (قوة معيقة للحركة) تستهلك جزء من الطاقة المحولة من النابض إلى السهم .

5 ـ حساب شدة القوة المعيقة لحركته :

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة التالية (السهم + النابض + الأرض) بين لحظة الإنطلاق A (النابض مضغوط) و لحظة بلوغ السهم أقصى ارتفاع B :



نختار النقطة A مبدأ التراتيب التي توافق أقصى انضغاط للنابض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية.



ـ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و B :
النابض و هو مضغوط يملك طاقة كامنة مرونية و تتحول هذه الطاقة المكتسبة من النابض إلى طاقة كامنة ثقلية نتيجة ارتفاع السهم عن موضع الإنطلاق الذي نعتبره مرجع لقياس الطاقة الكامنة الثقلية كما تخضع الجملة إلى تحويل طاقوي سالب ناتج عن عمل القوة المعيقة للحركة : W و هو عمل مقاوم .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{peA} - W = E_{ppB}$$

ـ حساب شدة القوة المعيقة لحركته :

$$1/2\, k\, x^2 - f \cdot z'_B = M \cdot g \cdot z'_B$$
$$1/2\, k\, x^2 - M \cdot g \cdot z'_B = f \cdot z'_B$$
$$f = [1/2\, k\, x^2 - M \cdot g \cdot z'_B] / z'_B = [1/2\, k\, x^2 - M \cdot g \cdot z'_B] / z'_B$$

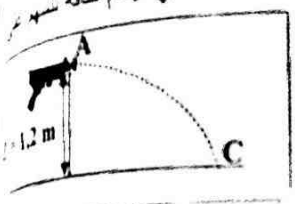
$f = [1/2 \cdot 200 \cdot 0,03^2 - 0,004 \cdot 9,8 \cdot (2,29/2)] / [(2,29/2)] = 0,311$ N .

6 ــ سرعة السهم لحظة خروجه من المسدس لو قذف هذا الأخير في وضع أفقي :

سرعة السهم لحظة خروجه من المسدس لو قذف هذا الأخير في وضع أفقي هي نفس السرعة السابقة لأنها تتعلق بالطاقة الحركية المكتسبة من النابض و ليس لها علاقة بجهة القذف بل تتعلق فقط بمقدار انضغاط النابض . $v = 6,7$ m/s

7 ــ حساب سرعة السهم لحظة لمسه سطح الأرض :

الطفل يضغط على النابض فيكتسب طاقة كامنة مرونية و عند تركه لحاله يستعيد النابض طوله الأصلي فيقدم طاقة للسهم على شكل طاقة حركية فينطلق السهم إلى الأسفل بسرعة v :



ــ تمثيل حصيلتها الطاقوية بين الوضع A و الوضع C :

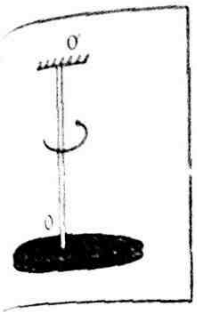
تتحول الطاقة الكامنة الثقالية و الطاقة الكامنة المرونية للجملة في الوضع A إلى طاقة حركية في الوضع C .

ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{PPA} + E_{PeA} = E_{eC}$

M1 $1/2\ k\ x^2 = 1/2\ M\ v_C^2$

ــ حساب سرعة السهم لحظة لمسه سطح الأرض :

$0,004 \cdot 9,8 \cdot 1,2 + 1/2 \cdot 200 \cdot 0,03^2 = 1/2 \cdot 0,004 \cdot v_C^2 \Rightarrow v_C = 8,27$ m/s .



التمرين ــ15

نثبت طرف خيط فتل في مركز اسطوانة متجانسة ، مصمتة ، و نعلق الطرف الثاني في حامل .

نترك الأسطوانة تستقر في وضع أفقي نسميه وضع التوازن ثم ندير ها ببطئ بزاوية α ، حول المحور OO' . للأسطوانة كتلة $M = 1,8$ kg و نصف قطر $R = 10$ cm .

1 ــ احسب الطاقة الكامنةُ المرونية التي يخزنها السلك في هذا الوضع .

2 ــ استنتج قيمة العمل المنجز من طرف المزدوجة المطبقة على السلك خلال عملية التدوير .

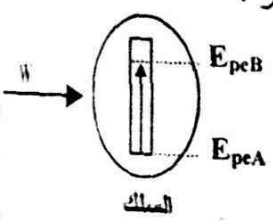
3 ــ نترك الجملة بدون سرعة ابتدائية ، ما هي الطاقة المرونية للسلك لحظة مروره من وضع التوازن ؟ علل .

4 ــ احسب سرعة الأسطوانة لحظة مرورها من وضع التوازن . يعطى : ثابت الفتل هو : $C = 0,5$ N.m/rd

الحل ــ15

1 ــ حساب الطاقة الكامنة المرونية للسلك في هذا الوضع : $E_{pe} = 1/2 \cdot C\ \alpha^2 = 1/2 \cdot 0,5 \cdot (\pi/4)^2 = 0,154$ J

2 ــ استنتاج قيمة العمل المنجز من طرف المزدوجة المطبقة على السلك خلال عملية التدوير :



ــ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين : قبل التدوير A و بعده B :

تحت تأثير المزدوجة المطبقة على السلك نتيجة دورانه من A إلى B يحدث تحويل طاقوي بين عمل المزدوجة المطبقة على السلك إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في السلك عندما تفتل في الوضع B .

ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $W = E_{peB}$

ــ قيمة العمل المنجز من طرف المزدوجة المطبقة على السلك خلال عملية التدوير :

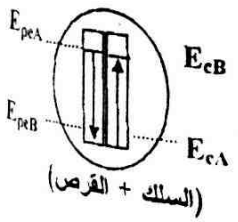
$W = 1/2 \cdot C\ \alpha^2 = 0,154$ J

3 ــ الطاقة المرونية للسلك لحظة مروره من وضع التوازن :

عند مروره من وضع التوازن ، تكون زاوية الدوران معدومة أي السلك غير مفتول و منه : $E_{pe} = 0$

التعليل : عندما كان السلك مفتول اي دار بزاوية معينة كانت له طاقة كامنة مخزنة ، و عند تركه لحاله يبدأ الدوران في المعاكسة تحت تأثير مزدوجة أخرى و هي مزدوجة الفتل . و من خلال هذا الدوران المعاكس تصرف الجملة الطاقة المرونية المخزنة و تتحول إلى طاقة حركية و عند المرور بوضع التوازن أين تكون زاوية الدوران معدومة تتحول كل الطاقة المرونية حركية و هذا طبعا بإهمال كل الإحتكاكات .

4 ــ حساب سرعة الأسطوانة لحظة مروره من وضع التوازن :



ــ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين :عند تركه لحاله A و عند المرور بوضع التوازن B :

تحت تأثير مزدوجة الفتل نتيجة دورانه من A إلى B يحدث تحويل طاقوي بين الطاقة الكامنة المرونية إلى طاقة حركية تظهر في الأسطوانة في الوضع B .

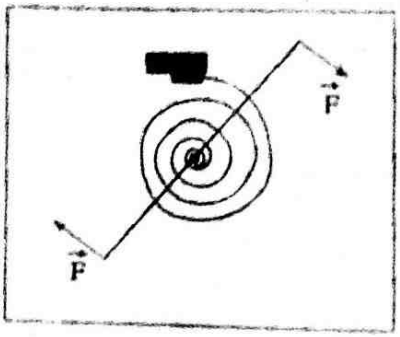
ــ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{peA} = E_{cB}$

ــ حساب سرعة الأسطوانة لحظة مروره من وضع التوازن :

$1/2 \cdot C\ \alpha^2 = 1/2 \cdot J_\Delta \cdot \omega^2$

$J_\Delta = 1/2 \cdot M \cdot R^2 = 1/2 \cdot 1,8 \cdot 0,1^2 = 0,009$ Kg.m^2

$0,154 = 1/2 \cdot 0,009 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 5,85$ rd/s



التمرين ـ16

نلف حول محور Δ نابضا حلزونيا . فنقدم عملا قدره **10 J** عندما ندوره 10 دورات .

1 ـ ما هي الطاقة الكامنة المرونية التي يخزنه النابض في هذه الحالة ؟

2 ـ استنتج ثابت الفتل .

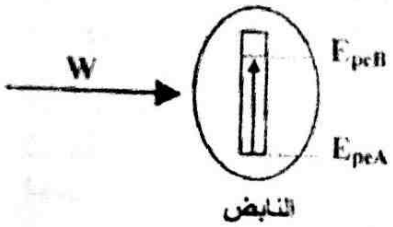
3 ـ يشغل هذا النابض لعبة أطفال حيث أنه مرتبط بجذع عجلات سيارة صغيرة .
صف تحولات الطاقة مع تحديد الجملة .

4 ـ مثل الحصيلة الطاقوية و اكتب معادلة انحفاظ الطاقة .

5 ـ إذا كانت العجلات و الجذع مهملة الكتلة ، ما هي الطاقة الحركية التي تكتسبها السيارة عندما يرجع النابض الى حالته الطبيعية ؟ و ما هي سرعتها حينئذ إذا كانت كتلة السيارة **100 g** ؟

الحـل ـ16

1 ـ الطاقة الكامنة المرونية التي يخزنه النابض في هذه الحالة :
نمثل الحصيلة الطاقوية للجملة (النابض) ثم نكتب معادلة انحفاظ الطاقة على النحو التالي :



ـ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين : قبل التدوير A و بعده B :

تحت تأثير المزدوجة المطبقة على النابض نتيجة دورانه من A إلى B يحدث تحويل طاقوي W بين عمل المزدوجة المطبقة على النابض إلى طاقة كامنة مرونية تظهر في النابض في الوضع B .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : $W = E_{peB}$

ـ الطاقة الكامنة المرونية التي يخزنه النابض في هذه الحالة : $E_{peB} = W = 10\ J$

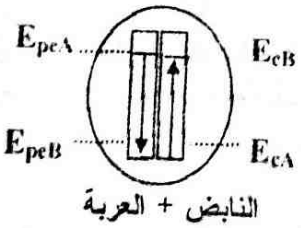
2 ـ استنتاج ثابت الفتل :

$E_{peB} = 1/2 \cdot C\,\theta^2 = W \Rightarrow C = 2\,W / \theta^2 = (2 \cdot 10) / (10 \cdot 2\pi)^2 = 5{,}07 \cdot 10^{-3}$ N.m / rd : ثابت الفتل C

3 ـ يشغل هذا النابض لعبة أطفال حيث أنه مرتبط بجذع عجلات سيارة صغيرة . وصف تحولات الطاقة مع تحديد الجملة :

ـ تحولات الطاقة : باعتبار الجملة (النابض + العربة) .
عند ترك النابض لحاله فإن الطاقة الكامنة المرونية المخزنة فيه تتحول إلى طاقة حركية في العربة و ذلك بتدوير عجلات العربة عند امتداده و رجوعه .

4 ـ الحصيلة الطاقوية :



ـ معادلة الإنحفاظ للطاقة : $E_{peA} = E_{cB}$

5 ـ الطاقة الحركية للسيارة عندما يرجع النابض إلى حالته الطبيعية : $E_{peA} = E_{cB} = W = 10\ J$

سرعة العربة عندئذ : $E_{cB} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = W$

$v^2 = 2\,W / m \rightarrow v = 14{,}14$ m/s

تمـاريـن نمـاذج للفروض و الإختبارات

التمرين ـ1

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير .

1ـ الطاقة الكامنة الثقالية لجسم : a ـ مقدار دائما موجب . b ـ تزداد حتما مع الإرتفاع . c ـ لا تتعلق إلا بكتلة الجسم .

2ـ في مرجع غاليلي ، الطاقة الكلية لجسم (حركية + كامنة) : a ـ دائما ثابتة . b ـ يمكن أن تتغير .
c ـ يمكن أن تزداد إذا كان الجسم في سقوط حر .

3ـ في مرجع غاليلي ، إذا كان الجسم المدروس لثقله فقط فإن :
a ـ الطاقة الكلية له معدومة .

b ـ التغير في طاقته الحركية بين لحظتين يساوي التغير في طاقته الكامنة بين نفس اللحظتين .
c ـ التغير في طاقته الحركية و الكامنة متعادلان .

الحـل ـ 1

1ـ الطاقة الكامنة الثقالية لجسم $E_p = M . g . z$: b ـ تزداد حتما مع الإرتفاع : الإجابة c ـ خاطئة لأن الطاقة الكامنة الثقالية تتعلق بالإرتفاع z . الإجابة a ـ خاطئة لأن الطاقة الكامنة الثقالية يمكن أن تكون سالبة في حالة وجود المرجع فوق الجسم .
2ـ في مرجع غاليلي ، الطاقة الكلية لجسم (حركية + كامنة) : b ـ يمكن أن تتغير . الإجابة a ـ خاطئة لأن الطاقة الكلية لجسم لا تكون ثابتة إلا إذا كانت كل أعمال القوى (ما عدا ثقله) المؤثرة عليه معدوم . الإجابة c ـ خاطئة لأن الطاقة الكلية لجسم في سقوط حر دائما ثابتة . (السقوط الحر : لا يكون جسم في سقوط حر إلا إذا كان خاضع لثقله فقط خلال سقوطه) .
3ـ في مرجع غاليلي ، إذا كان الجسم المدروس لثقله فقط فإن : c ـ التغير في طاقته الحركية و الكامنة متعادلان .
الإجابة a ـ خاطئة لأن الطاقة الكلية لجسم خاضع لثقله فقط (سقوط حر) تكون ثابتة أي لها قيمة ثابتة . حيث يملك طاقة حركية أو كامنة أو كلاهما الإثنين و لكنهما ليس شرط أن تكونا متساويتين بل خلال الحركة مقدار ما يكتسبه من طاقة حركية يساوي الـ مقدار ما يكتسبه من طاقة كامنة ثقالية .

التمرين ـ 2

في سنة 1858 وصل المتسلق الشهير (C . Barrington) إلى قمة إيجر (Eiger) (3970 m) . في سنة 1953 وصل المتسلق النيوزيلاندي (E . Hillary) إلى قمة إفريست (Everest) (8848 m) .
بإعتبار المتسلقين لهما نفس الكتلة $m = 80\ kg$.
1ـ حدد الطاقة الكامنة الثقالية للمتسلقين بالنسبة لمستوي سطح البحر . كل واحد منهما في قمته . تعطى : $g = 9,8\ N/kg$
2ـ نأخذ مرجع جديد لقياس الطاقة الكامنة و هي القمة (L' Anapurna) (8091 m) . اوجد الطاقة الكامنة للمتسلقين ؟

الحـل ـ 2

1ـ تحديد الطاقة الكامنة الثقالية للمتسلقين بالنسبة لمستوي سطح البحر . كل واحد منهما في قمته :

$E_p = M . g . z_{(Eiger)} = 80 . 9,8 . 3970 = 3,1 . 10^6\ J$ بالنسبة (C . Barrington)

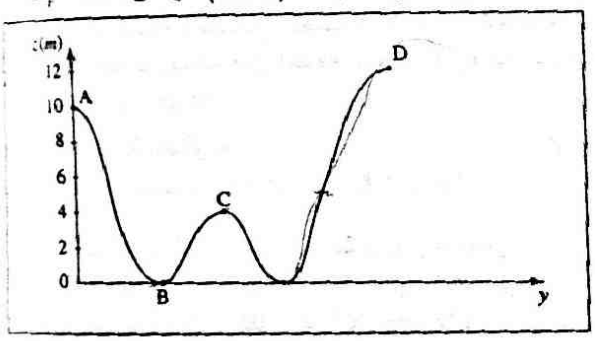
$E_p = M . g . z_{(Everest)} = 80 . 9,8 . 8848 = 6,9 . 10^6\ J$ بالنسبة (E . Hillary)

2ـ نأخذ مرجع جديد لقياس الطاقة الكامنة و هي القمة (L' Anapurna) (8091 m) . إيجاد الطاقة الكامنة للمتسلقين :

$E_p = M . g . [z_{(Eiger)} - z_{(L'Anapurna)}] = 80 . 9,8 . (3970 - 8091) = -3,2 . 10^6\ J$ بالنسبة (C . Barrington)

$E_p = M . g . [z_{(Everest)} - z_{(L'Anapurna)}] = 80 . 9,8 . (8848 - 8091) = 5,9 . 10^5\ J$ بالنسبة (E . Hillary)

التمرين ـ 3



كرة كتلتها $m = 1,0\ kg$ تنتقل دون إحتكاكات على المسار المبين في الشكل المرفق تسقط من النقطة A بدون سرعة إبتدائية .
1ـ حدد الطاقة الحركية ، الكامنة و الطاقة الكلية عند A ، B و C
2ـ هل يمكن للكرة أن تصل إلى النقطة D ؟ إذا كانت الإجابة بنعم ، ما سرعتها عندها ؟ إذا كانت الإجابة بلا فماذا يحدث إذن ؟
تعطى : $g = 10\ N/kg$

الحـل ـ 3

1ـ تحديد الطاقة الحركية ، الكامنة و الطاقة الكلية عند A :

$E_p(A) = m . g . z_A = 1,0 . 10 . 10 = 100\ J$ ، $E_c(A) = 1/2 . m . v_A^2 = 1/2 . 1,0 . 0 = 0\ J$

$E_m(A) = E_c(A) + E_p(A) = 0 + 100 = 100\ J$

1ـ تحديد الطاقة الحركية ، الكامنة و الطاقة الكلية عند B :

$E_m(B) = E_m(A) = E_c(B) + E_p(B) = 100\ J$ لأن الطاقة الكلية ثابتة .

$E_p(B) = m . g . z_B = 1,0 . 10 . 0 = 0\ J$ و منه : $E_c(B) = 0\ J$

1ـ تحديد الطاقة الحركية ، الكامنة و الطاقة الكلية عند B :

$E_m(C) = E_m(A) = E_c(C) + E_p(C) = 100\ J$ لأن الطاقة الكلية ثابتة .

$E_p(C) = m . g . z_C = 1,0 . 10 . 4 = 40\ J$ و منه : $E_c(C) = E_m(C) - E_p(C) = 60\ J$

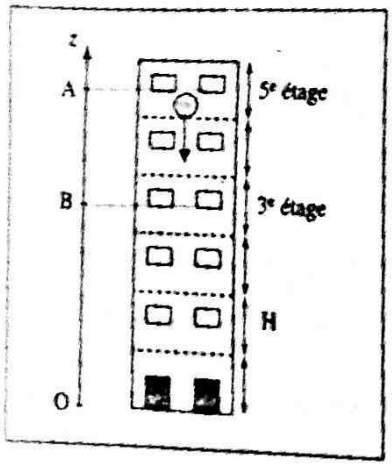
2ـ هل يمكن للكرة أن تصل إلى النقطة D ؟ لكي تصل الكرة إلى النقطة D تتطلب طاقة قدرها :

$E_p(D) = m . g . z_D = 1,0 . 10 . 12 = 120\ J$ إذن لا يمكن لها الوصول إلى النقطة D لأن طاقتها العظمى هي 100 J

إذن أعظم ارتفاع يمكن أن تصعد إليه الكرة هو 10 m الموافق للنقطة A و منه تسقط .

التمرين ـ 4

مزهرية كتلتها 2,0 kg ، تسقط من الطابق الخامس و الأخير لعمارة . تكتسب سرعة 10 m/s عند وصولها إلى نفس مستوي الطابق الثالث . انظر الشكل المرفق .



ـ ماذا يمكن نقول عن طاقتها الكلية ؟ تعطى : $g = 10\ N/kg$

ـ احسب طاقتها الحركية المكتسبة خلال سقوطها بين A و B .

ـ استنتج ارتفاع العمارة باعتبار أن كل الطوابق لها نفس الإرتفاع H .

تمرين 4

ماذا يمكن القول عن طاقتها الكلية ؟ الطاقة الكلية لجسم تكون ثابتة إذا كانت كل أعمال (ما عدا ثقله) المؤثرة عليه معدوم . المزهرية أثناء سقوطها خاضعة لثقلها فقط فهي سقوط حر (السقوط الحر : لا يكون جسم في سقوط حر إلا إذا كان خاضع لثقله فقط سقوطه) . إذن الطاقة الكلية للمزهرية تكون ثابتة أي لها قيمة ثابتة خلا سقوطها .

حساب طاقتها الحركية المكتسبة خلال سقوطها بين A و B :

$E_{c(B)} = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2 = 1/2 \cdot 2,0 \cdot 10^2 = 100\ J$ ،

استنتاج ارتفاع العمارة باعتبار أن كل الطوابق لها نفس الإرتفاع H :

سقطت مزهرية من A إلى B اكتسبت طاقة قدرها $E_{c(B)} = 100\ J$

الطاقة الكامنة التي فقدتها خلال هذا السقوط و منه : $E_c(B) = E_p(A) = 100\ J$

$E_c(B) = E_p(A) = m \cdot g\ (z_A - z_B) = m \cdot g \cdot 2H = 100\ J \Rightarrow H = 2,5\ m$

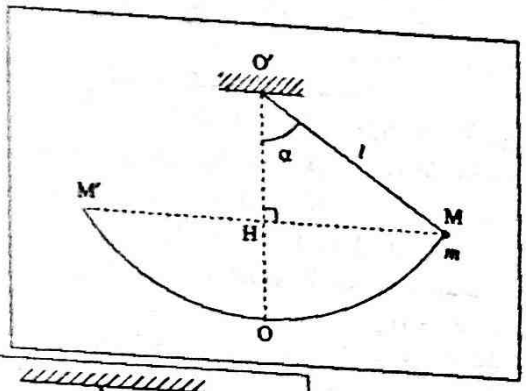
يمكن حساب ارتفاع العمارة الذي يعادل 5 طوابق : $3,5\ H = 5 \cdot 2,5 = 12,5\ m$

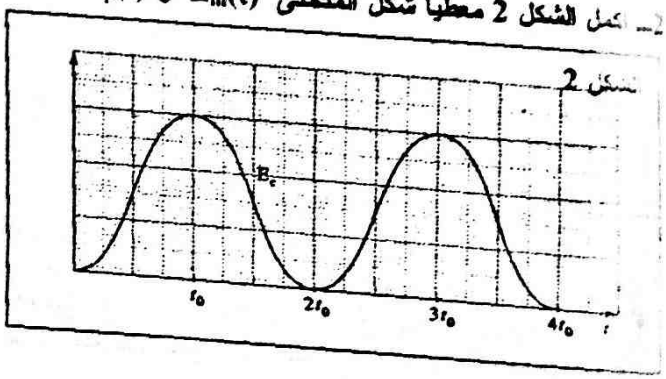
تمرين 5

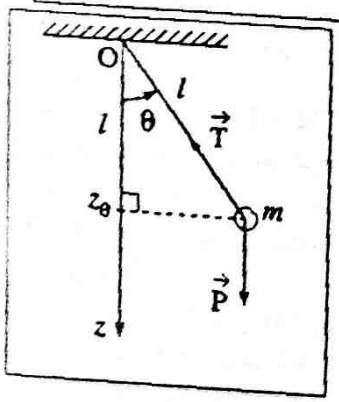
نعتبر نواس بسيط مؤلف من كرة كتلتها m مثبتة إلى خيط عديم الإمتطاط طوله L . عند اللحظة t_0 نترك الكرة لتسقط دون سرعة ابتدائية من الموضعين النواس يصنع زاوية θ مع الشاقول . عند اللحظة t_0 مركز الكرة عند النقطة O و عند اللحظة يصبح عند النقطة M' .

1ـ بين أن الطاقة الكلية للكرة تبقى ثابتة خلال الحركة ، ثم أعط عبارتها بدلالة m , g , L و θ آخذا النقطة O مرجعا للطاقات الكامنة .

2ـ أكمل الشكل 2 معطيا شكل المنحنى $E_m(t)$ و $E_p(t)$.







تمرين 5

1ـ الطاقة الكلية للكرة تبقى ثابتة خلال الحركة ، آخذا النقطة O مرجعا للطاقات الكامنة :

ـ تمثيل القوى المطبقة على الكرة :

$\vec{P}$: قوة الثقل .

$\vec{T}$: قوة توتر الخيط .

ـ عمل قوة توتر الخيط معدوم لأن حاملها دائما عمودي على شعاع الإنتقال خلال الإنتقال من $\theta = 0$ إلى $\theta = 0$. الطاقة الكلية لجسم تكون ثابتة إذا كانت كل أعمال القوى (ما عدا ثقله) المؤثرة عليه معدوم . الكرة أثناء سقوطها خاضعة لثقلها و قوة توتر الخيط التي عملها معدوم . إذن الطاقة الكلية للكرة تكون ثابتة أي لها قيمة ثابتة خلال سقوطها .

ـ إيجاد عبارتها بدلالة m , g , L و θ آخذا النقطة O مرجعا للطاقات الكامنة :

الطاقة الكلية عند A : $E_m(A) = E_c(A) + E_p(A)$ ولكن $E_c(A) = 0$

$E_m = E_p(A)$

الطاقة الكامنة عند A : $E_p(A) = m \cdot g\ (Z_\theta - Z_0)$

لدينا : $Z_0 = 0$ و $Z_\theta = L - L \cdot \cos\theta$ ومنه :

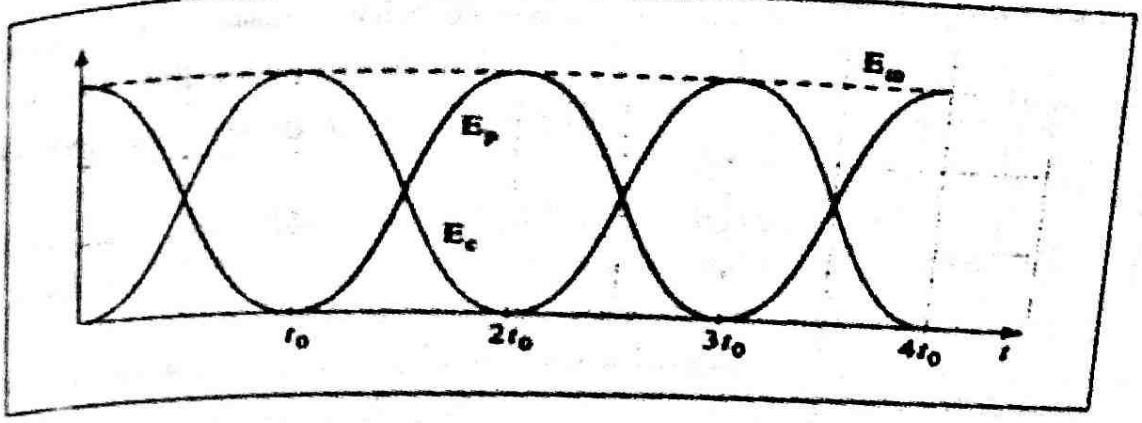
$E_p(A) = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\theta)$

و منه :

$E_m = m \cdot g \cdot L(1 - \cos\theta)$

2ـ أكمل الشكل السابق معطيا شكل المنحنى $E_m(t)$ و $E_p(t)$.

لدينا : $E_m = E_c(A) + E_p(A)$ أي : $E_m = E_c(t) + E_p(t)$ و منه : $E_c(t) = E_m - E_p(t)$



التمرين ــ 6

سلم (Escalier) به 8 درجات (marches) كل درجة إرتفاعها $h = 20\ cm$. جسم كتلته $m = 5,0\ kg$ موضوع عل
الدرجة الثانية إنطلاقا من الأسفل .

1ــ احسب الطاقة الكامنة للجسم في الحالتين : a ــ مرجع قياس الطاقة الكامنة ف
b ــ مرجع الطاقة الكامنة أ

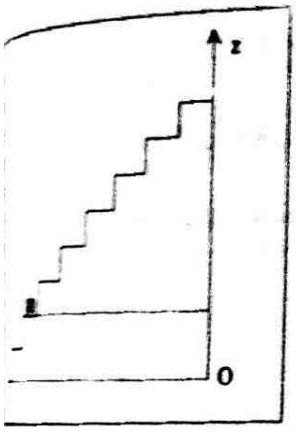
نعطى : $g = 10\ N/kg$

2ــ نفس السؤال إذا كان الجسم موضوع على الدرجة الخامسة

3ــ احسب في كل حالة التغير في الطاقة الكامنة للجسم عندما ينتقل من الدرجة الثانية الى الخامسة . ماذا نستنتج ؟

الحل ــ 6

1ــ حساب الطاقة الكامنة للجسم في الحالتين : a ــ مرجع قياس الطاقة الكامنة أسفل السلم :



$$E_{PP} = m \cdot g \cdot Z = m \cdot g \cdot 2h = 5,0 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0,2 = 20\ J$$

b ــ مرجع الطاقة الكامنة أعلى السلم :

$$E'_{PP} = m \cdot g \cdot Z' = m \cdot g \cdot (-6h) = 5,0 \cdot 10 \cdot (-6 \cdot 0,2) = -60\ J$$

2ــ نفس السؤال إذا كان الجسم موضوع على الدرجة الخامسة :

a ــ مرجع قياس الطاقة الكامنة أسفل السلم :

$$E_{PP} = m \cdot g \cdot Z = m \cdot g \cdot 5h = 5,0 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 0,2 = 50\ J$$

b ــ مرجع الطاقة الكامنة أعلى السلم :

$$E'_{PP} = m \cdot g \cdot Z' = m \cdot g \cdot (-3h) = 5,0 \cdot 10 \cdot (-3 \cdot 0,2) = -30\ J$$

3ــ حساب في كل حالة التغير في الطاقة الكامنة للجسم عندما ينتقل من الدرجة الثانية إلى الخامسة : a ــ مرجع قياس الطاقة الكامنة أسفل السلم :

$$\Delta E_{PP} = m \cdot g \cdot (Z_f - Z_i) = m \cdot g \cdot [5h - (2h)] = = 5,0 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,2 = 30\ J$$

b ــ مرجع الطاقة الكامنة أعلى السلم :

$$\Delta E_{PP} = m \cdot g \cdot (Z'_f - Z'_i) = m \cdot g \cdot [(-3h) - (-6h)] = = 5,0 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,2 = 30\ J$$

ــ وجدنا نفس القيمة . نستنتج أن التغير في الطاقة الكامنة للجسم لا يتعلق بالمرجع . إذن اختيار المرجع ليس له أهمية
فقط من أجل الحصول على عبارات بسيطة لتسهيل الدراسة .

التمرين ــ 7

رصاصة كتلتها $M = 2,20\ g$ ، تخرج من بندقية مقذوفة شاقوليا نحو الأعلى بسرعة $v = 500\ m/s$.

1ــ احسب الطاقة الحركية للرصاصة عند خروجها من البندقية

2ــ إلى أي إرتفاع تصعد الرصاصة بالنسبة لفوهة البندقية ؟

3ــ هل حقيقة تصعد الرصاصة هذا الإرتفاع ؟ اشرح . نعطى : $g = 9,8\ N/kg$

الحل ــ 7

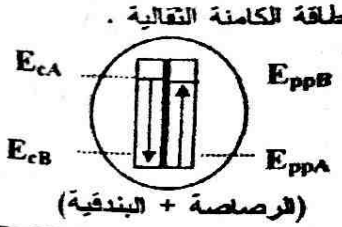
1ــ حساب الطاقة الحركية للرصاصة عند خروجها من البندقية: $E_C = 1/2 \cdot m \cdot v^2 = 2,75 \cdot 10^2\ J$

2ــ الإرتفاع الذي تصعد إليه الرصاصة :

ــ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة التالية (الرصاصة + البندقية) بين لحظة الإنطلاق A ولحظة بلوغ الرصاصة أقصى ارتفاع B :

ــ نختار موضع الإنطلاق النقطة A مبدأ التراتيب مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

ــ الحصيلة الطاقوية بين الوضعين A و B :



البندقية تملك طاقة كامنة تنتقل من البندقية إلى الرصاصة على شكل طاقة حركية و التي تتحول كلها إلى طاقة كامنة ثقالية نتيجة ارتفاع الرصاصة عن موضع الإنطلاق الذي نعتبره مرجعا لقياس الطاقة الكامنة الثقالية .

ـ كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{cA} = E_{ppB}$$
$$1/2\, m\, v^2 = M \cdot g \cdot z_B$$

2 ـ إيجاد القصى ارتفاع تصعد اليه الرصاصة باهمال مقاومة الهواء :

$$1/2\, m\, v^2 = M \cdot g \cdot z_B \Rightarrow z_B = [1/2\, v^2] / g = [1/2 \cdot 500^2] / 9{,}8 = 12{,}75 \cdot 10^3 \text{ m} = 12{,}75 \text{ km}$$

3ـ في الحقيقة لا تصعد الرصاصة هذا الارتفاع لوجود احتكاكات تحول جزء من طاقتها الحركية إلى حرارة ضائعة في الهواء .

التمرين ـ 8

في لعبة رمي الجلة ، نعتبر الكرة الحديدية نقطة مادية كتلتها $m = 7{,}26$ kg . بفرض أن الاحتكاكات مهملة . في البداية ، الكرة موجودة في يدي الأعب على ارتفاع $0{,}75$ m بالنسبة للارض . بعد مناورة توضع الأعب للاستعداد للقذف ، تغادر الكرة يدي الأعب من النقطة B التي تبعد عن الارض بـ $2{,}00$ m بسرعة $V_B = 14$ m/s . نعطى : $g = 9{,}81$ N/kg .

ـ ما هي الطاقة الحركية للكرة عند لحظة مغادرة يد الاعب . احسب العمل الذي أنجزه الأعب خلال عملية المناورة .

الحل ـ 8

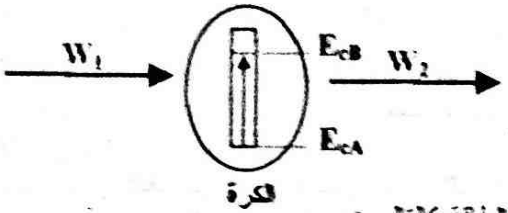
ـ الطاقة الحركية للكرة عند لحظة مغادرة يد الأعب : $E_C = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2 = 7{,}1 \cdot 10^2$ J

ـ حساب العمل الذي أنجزه الاعب خلال عملية المناورة : ـ تحديد القوى المؤثرة على الكرة لحظة مغادرتها يدي الأعب :

ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{F}$: قوة تأثير الاعب على الكرة .

عمل قوة الثقل : $W_{AB}(P) = . g . (Z_f - Z_i) = -7{,}26 \cdot 9{,}81 \cdot [2{,}00 - 0{,}75] = -89$ J .

3 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للكرة و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

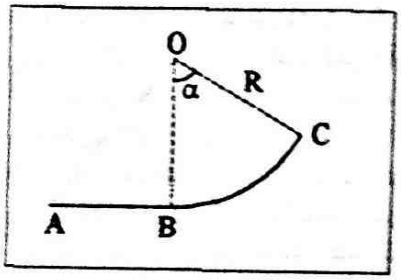


ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم :

ـ الجملة (الكرة) تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك لعمل قوة تأثير الاعب على الكرة أثناء المناورة ، كما تكتسب طاقة حركية و تفقد طاقة بسبب عمل قوة الثقل P و هو تحويل ميكانيكي ايضا W_2 و هو عمل مقاوم . ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$$V_A = 0 \text{ لأن } E_{cA} = 0 \Rightarrow E_{cA} + W_1 - W_2 = E_{cB}$$
$$W_1 = 1/2 \cdot m\, V_B^2 + W_{AB}(P) = W_1 = 1/2 \cdot 7{,}26 \cdot 14^2 + 89 = 8{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

التمرين ـ 9



لعبة (Fête de foraine) تتألف من المسار ABC المكون من جزء افقي AB طوله $AB = 1{,}8$ m و جزء دائري مركزه O نصف قطره $R = 1{,}8$ m و زاويته عند المركز $\alpha = 60°$. خلال الانتقال على الجزء من المسار AB انطلاقا من النقطة A ، نطبق قوة $\vec{F}$ شدتها ثابتة 60 N على عربة كتلتها $m = 1{,}5$ kg . أي القوة $\vec{F}$ موجودة فقط خلال الإنتقال على الجزء من المسار AB . نعتبر الإحتكاكات مهملة .

1ـ احسب عمل القوة $\vec{F}$ على الجزء AB

2ـ استنتج سرعة العربة عند B

3ـ احسب الإرتفاع Z_C للنقطة C (نأخذ كمرجع $Z_C = 0$)

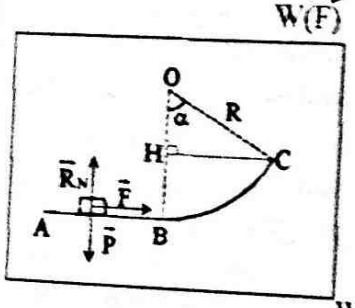
4ـ احسب سرعة العربة عند النقطة C

5ـ حدد خصائص شعاع السرعة $\vec{V_C}$ و مثله على الشكل مع تحديد السلم . نعطى : $g = 9{,}81$ N/kg .

الحل ـ 9

1ـ حساب عمل القوة $\vec{F}$ على الجزء AB : $W(\vec{F}) = F \cdot AB = 60 \cdot 1{,}8 = 1{,}1 \cdot 10^2$ J

2ـ استنتاج سرعة العربة عند B : ـ تحديد و تمثيل القوى المؤثرة على العربة :



ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{R_N}$: قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق .

ـ $\vec{F}$: القوة المطبقة على العربة بين A و B .

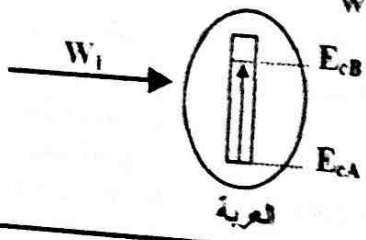
ـ حساب أعمال القوى المطبقة على العربة :

عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos 90° = 0$.

عمل قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R_C}) = R_N \cdot AB \cdot \cos 90° = 0$

عمل القوة $\vec{F}$ على الجزء AB : $W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 0° = 60 \cdot 1{,}8 = 1{,}1 \cdot 10^2$ J

3 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للعربة و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :



ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للعربة :

ـ الجملة (العربة) تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك لعمل القوة المطبقة على العربة بين A و B ، كما تكتسب طاقة حركية بازدياد سرعتها .

ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

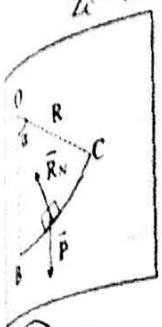
$Ec_A + W_i = Ec_B$ ، $Ec_A = 0$ لأن $V_A = 0$

$1/2 \cdot m V_B^2 = W_i = 1,1 \cdot 10^2 \Rightarrow V_B = 12$ m/s.

3ـ حساب الإرتفاع Z_C للنقطة C : $Z_C = HB = OB - OH = R - R\cos\alpha = R(1 - \cos\alpha) = 0,90$ m

4ـ حساب سرعة العربة عند النقطة C :

ـ تحديد و تمثيل القوى المؤثرة على العربة :



ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{R_N}$: قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق .

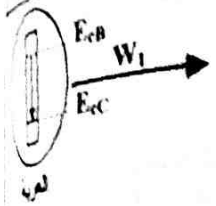
ـ حساب أعمال القوى المطبقة على العربة :

عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot Z_C$.

عمل قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R_N}) = 0$.

3 ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للعربة و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

ـ الجملة (العربة) تفقد طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_i و هو عمل مقاوم لعمل قوة الثقل بين B و C ، كما تنقص طاقتها الحركية بنقصان سرعتها .



ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $Ec_B - W_i = Ec_C$

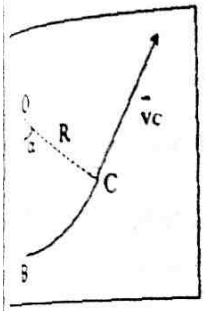
$1/2 \cdot m V_B^2 - 1/2 \cdot m V_C^2 = W_i = m \cdot g \cdot Z_C \Rightarrow V_C = 11$ m/s.

5ـ تحديد خصائص شعاع السرعة $\vec{V_C}$ و تمثيله على الشكل مع تحديد السلم :

شعاع السرعة مماسي للمسار أي عمودي على نصف القطر OC ، و باستخدام السلم :

1 cm → 5 m/s هذا الشعاع ممثل بقطعة مستقيمة موجهة طولها : 2,2 cm

التمرين ـ10



عندما يكون التغير في الإرتفاع ليس مهمل بالنسبة لنصف قطر الأرض ، لا يمكن إستعمال العبارة $E_{PP} = m \cdot g \cdot z$ لحساب الطاقة الكامنة لجسم في حقل الجاذبية الأرضية ، لأن g غير ثابتة .

بل نستعمل العبارة الصحيحة و هي : $E_P = (G \cdot M_T \cdot m)/(z + R_T)^2$ حيث :

M_T كتلة الأرض : $M_T = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg ، R_T نصف قطر الأرض : $R_T = 6400$ km ،

و G ثابت الجذب العام لنيوتن : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI .

1ـ بإهمال الإحتكاكات ،أحسب السرعة التي يقذف بها القمر الصناعي حتىلا يسقط على الأرض ؟

2ـ بين أن كل قمر صناعي في مداره الدائري حول الأرض تكون طبيعة حركته حتما منتظمة .

الحـل ـ 10

1ـ القمر الصناعي المدروس موجود في مرجع جيومركزي غاليلي . عندما نقذف جسم شاقوليا نحو الأعلى فإن سرعته تتغير لأن الطاقة الحركية الإبتدائية تتحول تدريجيا إلى طاقة كامنة ثقالية نتيجة حدوث تغير في الإرتفاع . بصورة عامة الجسم يتوقف بعد صعوده إرتفاع معين يتعلق بقيمة سرعة القذف ثم يسقط على الأرض . لكي لا يعود الجسم للسقوط على الأرض يجب أن تتعدم سرعته في اللانهاية .

في البداية ، الطاقة الكلية : $E_i = 1/2\, m V_i^2 - (G \cdot M_T \cdot m)/(R_T)^2$ لأن $z = 0$

في اللانهاية ، الطاقة الكلية : $E_f = 0$ لأن السرعة معدومة و كذا الطاقة الكامنة معدومة ($z = \infty$ في لانهاية).

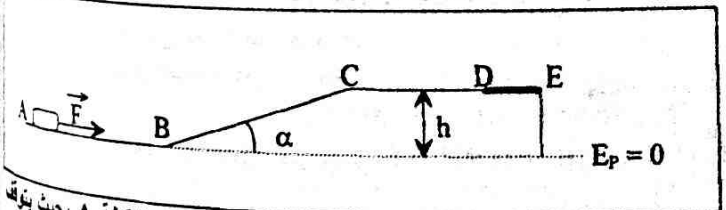
باعتبار الإحتكاكات مهملة تكون الطاقة الكلية معدومة . من مبدأ انحفاظ الطاقة الكلية نجد :

$E_i = 1/2\, m V_i^2 - (G \cdot M_T \cdot m)/(R_T)^2 = 0 \Rightarrow V_i^2 = 2(G \cdot M_T)/(R_T) \Rightarrow V_i = 1,1$ m/s

2ـ يمكن كذلك أن نبين أن الحركة الدائرية للقمر الصناعي حتما منتظمة . عند الإرتفاع z عبارة الطاقة الكلية تكتب :

$E_i = 1/2\, m V_i^2 - (G \cdot M_T \cdot m)/(R_T)^2$. إذا كان المسار دائري ، الإرتفاع z يكون ثابت فتكون إذن الطاقة الكلية ثابتة و بما أن الطاقة الكلية كذلك ثابتة نستنتج أن الطاقة الحركية كذلك ثابتة ومنه تكون سرعة القمر ثابتة و منه حركة منتظمة

المسألة ـ1



لعبة أطفال تتكون من جسم كتلته $m = 200$ g يمكنه الإنزلاق على المسار المبين في الشكل المقابل .

حيث : $AB = BC = CE = 1,0$ m .

طول الهدف : $DE = 20$ cm . $g = 10$ N/kg . $\alpha = 30°$. هدف هذه اللعبة هو قذف الجسم من النقطة A بحيث يتوقف عند الهدف الموجود بين النقطتين D و E .

الجزء ـ1 : القذف

لقذف الجسم ، نطبق قوة ثابتة $\vec{F}$ موازية للمسار على طول الجزء AB فقط . الجسم ينطلق بدون سرعة إبتدائية $V_A = 0$ فيكتسب عند B سرعة $V_B = 5,0$ m/s . بإهمال قوة الإحتكاك :

1ـ حدد و مثل القوى المؤثرة على الجسم .
2ـ عبر حرفيا عن عمل كل قوة على الجزء من المسار AB
3ـ احسب شدة القوة $\vec{F}$ المطبقة

الجزء ـ 2 : الصعود

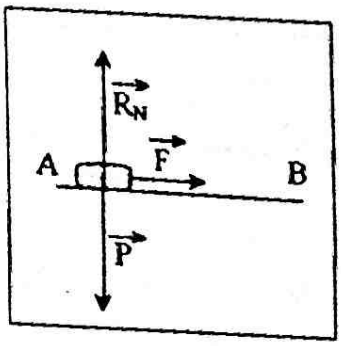
الجسم يصعد الآن على المستوي المائل BC . الإحتكاكات مهملة . باعتبار أن سرعة الإنطلاق عند B هي $V_B = 5,0\ m/s$.

1ـ عبر عن الطاقة الكلية للجسم عند B ثم عند C . نختار مرجع الطاقة الكامنة الثقلية عند مستوي المسار AB .
2ـ بين أن الطاقة الكلية محفوظة على المسار BC
3ـ عبر عن سرعة الجسم عند النقطة C بدلالة V_B ، α و BC
4ـ احسب V_C

الجزء ـ 3 : التوقف

على الجزء من المسار CE الخشن توجد إحتكاكات ثابتة شدتها $f = 1,8\ N$

1ـ لماذا المسار CE يجب أن يكون خشنا ؟
2ـ اوجد القيمتين الحديتين للسرعة عند النقطة C لكي يتوقف الجسم عند الهدف ؟
3ـ على أي مسافة إنطلاقا من النقطة C يتوقف الجسم حقيقة ؟

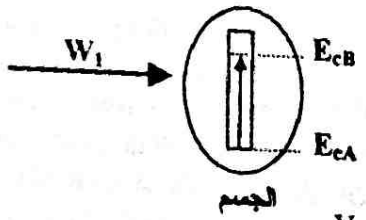


الحل ـ 1

الجزء ـ 1 : القذف

1ـ تحديد و تمثيل القوى المؤثرة على الجسم :
ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{R_N}$: قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق .
ـ $\vec{F}$: القوة المطبقة على الجسم بين A و B .

2ـ التعبير حرفيا عن عمل كل قوة على الجزء من المسار AB
عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos 90° = 0$.
عمل قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R_N}) = R_N \cdot AB \cdot \cos 90° = 0$.
عمل القوة المطبقة على الجسم بين A و B : $W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 0° = F \cdot AB$.



3ـ حساب شدة القوة $\vec{F}$ المطبقة :
ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :
ـ الجملة (الجسم) تستقبل طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك لعمل القوة المطبقة على الجسم بين A و B ، كما تكتسب طاقة حركية بازدياد سرعتها .
ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $Ec_A + W_1 = Ec_B$ ، $Ec_A = 0$ لأن $V_A = 0$
$1/2 \cdot m V_B^2 = F \cdot AB \Rightarrow F = 2,5\ N$.

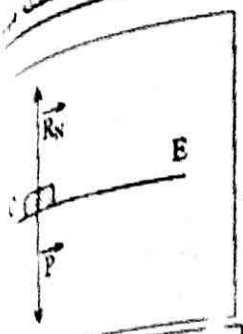
الجزء ـ 2 : الصعود

1ـ التعبير عن الطاقة الكلية للجسم عند B ثم عند C . نختار مرجع الطاقة الكامنة الثقلية عند مستوي المسار AB :
a) عند B الجسم لا يملك طاقة كامنة إذن طاقته الكلية E_B تساوي طاقته الحركية E_C : $E_B = E_C = 1/2 \cdot m V_B^2$
b) عند C الجسم يملك طاقة كامنة و حركية إذن طاقته الكلية : $E_C = E_C + E_P = 1/2 \cdot m V_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$

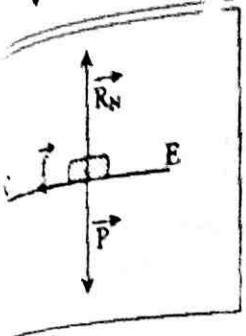
2ـ تبيان أن الطاقة الكلية محفوظة على المسار BC : الطاقة الكلية دائما محفوظة إذا كانت كل القوى المطبقة على الجسم لا تعمل ما عدا قوة الثقل .
ـ تحديد و تمثيل القوى المؤثرة على الجسم على المسار BC :
ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{R_N}$: قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق .
عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot BC \cdot \sin 30° \neq 0$.
عمل قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R_N}) = R_N \cdot AB \cdot \cos 90° = 0$.
نجد أن فقط قوة الثقل هي التي تعمل ، إذن الطاقة الكلية محفوظة على المسار BC .

3ـ التعبير عن سرعة الجسم عند النقطة C بدلالة V_B ، α و BC :
ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :
ـ الجملة (الجسم) تفقد طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل مقاوم لعمل قوة الثقل بين B و C ، كما تنقص طاقتها الحركية بنقصان سرعتها .
ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $Ec_B - W_1 = Ec_C$
$1/2 \cdot m V_B^2 - 1/2 \cdot m V_C^2 = W_1 = m \cdot g \cdot BC \cdot \sin 30° \Rightarrow V_C = 3,9\ m/s$.

الجزء ـ3 : التوقف



1ـ المسار CE يجب أن يكون خشنا : لو يكون المسار CE ليس خشنا أي الإحتكاكات به منعدمة يصبح الجسم فيه خاضع فقط لقوة الثقل و رد فعل المسار . هاتان القوتان لا تعملان و منه الجسم شبه معزول و حسب مبدأ نيوتن للعطالة الجسم يواصل حركته انطلاقا من C بنفس السرعة أي بحركة مستقيمة منتظمة أي الجسم لا يتوقف عند الهدف فتصبح اللعبة ليس لها معنى



2ـ إيجاد القيمتين الحديتين للسرعة عند النقطة C لكي يتوقف الجسم عند الهدف :

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة :

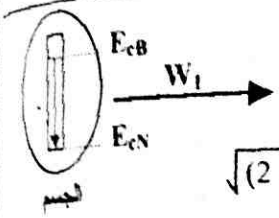
ـ سرعة الجسم عند التوقف في الموضع N بين D و E معدومة :

ـ الجملة (الجسم) تفقد طاقة عن سبيل ميكانيكي (تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة الـ ل W_l و هو عمل مقاوم لقوة الإحتكاك بين C و E ، كما تفقد طاقة حركية بنقصان سر

ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$$E_{cC} - W_l = E_{cN} \quad ، \quad E_{cN} = 0 \text{ لأن } V_N = 0$$

$$1/2 \cdot m V_C^2 = W_l = f \cdot CN \Rightarrow V_C = \sqrt{(2f \cdot CN)/m}$$



ـ الجسم يتوقف في الموضع N بين D و E و منه المتراجحة :

$$\sqrt{(2f \cdot CD)/m} \leq V_C \leq \sqrt{(2f \cdot CE)/m}$$

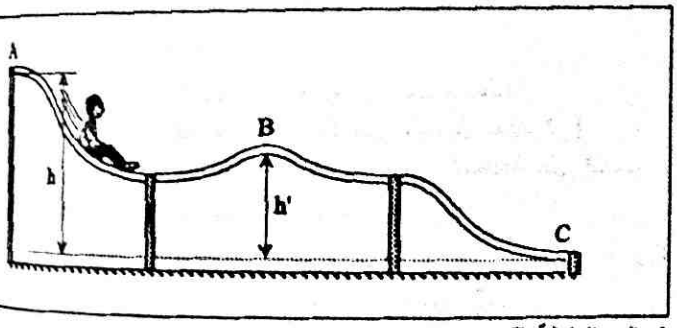
$$\sqrt{(2 \cdot 1,8 \cdot 0,80)/0,200} \leq V_C \leq \sqrt{(2 \cdot 1,8 \cdot 1,0)/0,200}$$

$$3,8 \text{ m/s} \leq V_C \leq 4,2 \text{ m/s} .$$

3ـ مسافة التوقف إنطلاقا من النقطة C : السرعة التي وجدناها $V_C = 3,9$ m/s تقع في هذا المجال .

$$1/2 \cdot m V_C^2 = f \cdot CN \Rightarrow CN = (m V_C^2)/2f = (0,2 \cdot 3,9^2)/(2 \cdot 1,8) = 0,85 \text{ m}$$

المسألة ـ2



نسيم كتلته 30 kg ، ينطلق بدون سرعة إبتدائية من أعلى نقطة للمسار المبين في الشكل المرفق :

تعطى : $h = 4,0$ m ، $h' = 3,0$ m ،

طول المسار $L = 10$ m ، $g = 10$ N/kg ،

النقطة B تقع في منتصف المسار من A إلى C .

a ـ بإهمال الإحتكاكات :

1ـ حدد و مثل القوى المؤثرة على نسيم .

2ـ احسب سرعة نسيم عند النقطة B ثم عندما يصل إلى النقطة C

3ـ هل سرعة الوصول تتعلق بشكل المسار ؟ علل

b ـ الإحتكاكات غير مهملة :

في الحقيقة سرعة نسيم عند أسفل المسار أقل من السرعة المحسوبة في السؤال السابق لأن الإحتكاكات غير مهملة .

1ـ ما هي القيمة العظمى لقوة الإحتكاك لكي يعبر نسيم النقطة B

2ـ بفرض أن عبارة قوة الإحتكاك على الجزء من المسار AB هي : $W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB$.

ما هي إذن سرعة الوصول عند النقطة C ؟ هل قيمة هذه السرعة تتعلق بشكل المسار ؟ بطوله ؟

3ـ ما هي السرعة الواجب أن ينطلق منها نسيم من النقطة A لكي يصل إلى النقطة C بالسرعة المحسوبة في السؤال

الحل ـ 2

a ـ بإهمال الإحتكاكات .

1ـ تحديد و تمثيل القوى المؤثرة على نسيم :

ـ $\vec{P}$: قوة الثقل . ـ $\vec{R_N}$: قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق .

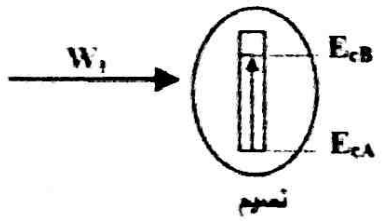
2ـ حساب سرعة نسيم عند النقطة B :

عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot (h - h')$

عمل قوة المركبة الناظمية لرد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R_N}) = 0$.

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة : ـ الجملة (نسيم) تكتسب طاقة عن سبيل ميكانيكي

(تحويل ميكانيكي) محسوبة بقيمة العمل W_1 و هو عمل محرك لعمل قوة النقل بين A و B ، كما تزداد طاقتها الحركية بزيادة سرعتها . ـ نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :



$V_A = 0$ لأن $Ec_A = 0$ ، $Ec_A + W_1 = Ec_B$

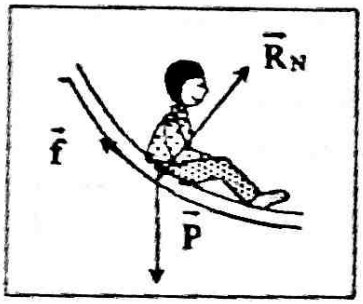
$1/2 . m V_B^2 = W_1 = m . g . (h - h') \Rightarrow V_B = 4,5$ m/s. $(h' = 3,0$ m$)$

2ـ حساب سرعة نسيم عندما يصل إلى النقطة C

$1/2 . m V_C^2 = W_1 = m . g . (h - h') \Rightarrow V_C = 8,9$ m/s. $(h' = 0)$

3ـ سرعة الوصول لا تتعلق بشكل المسار . التعليل : خلال الحركة ، قوة النقل فقط هي التي تعمل و هي لا تتعلق بالمسار و بما أن الطاقة الحركية تساوي عمل النقل إذن فهي أيضا لا تتعلق بشكل المسار و منه السرعة لا تتعلق بشكل المسار .

ـ الإحتكاكات غير مهملة .



1ـ القيمة العظمى لقوة الإحتكاك لكي يعبر نسيم النقطة B : لكي يعبر نسيم على النقطة B يجب أن لا تنعدم سرعته عندها أي : $1/2\ m\ v_B^2 \geq 0$.

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم :

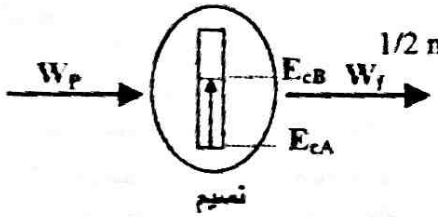
الجملة (نسيم) تكتسب طاقة حركية بسبب عمل قوة النقل و هو تحويل ميكانيكي W_P و هو عمل محرك و يفقد طاقة بسبب عمل قوة الإحتكاك و هو تحويل ميكانيكي W_f و هو عمل مقاوم .

نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$V_A = 0$ لأن $Ec_A = 0$ ، $Ec_A + W_{(P)} - W_{(f)} = Ec_B$

و منه : $1/2\ m\ v_B^2 = W_{(P)} - W_{(f)} \geq 0$

$1/2\ m\ v_B^2 = m . g . (h - h') - f . \overset{\frown}{AB} \geq 0 \Rightarrow f \leq (m . g . (h - h')/\overset{\frown}{AB}$



و لكن النقطة B تقع في منتصف المسار من A إلى C و منه : $\overset{\frown}{AB} = 5,0$ m

إذن شدة قوة الإحتكاك : $f \leq (30 . 10 . (4,0 - 3,0)/5,0 = 60$ N

2ـ سرعة الوصول عند النقطة C : نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$V_A = 0$ لأن $Ec_A = 0$ ، $Ec_A + W_{(P)} - W_{(f)} = Ec_C$

و منه : $1/2\ m\ v_C^2 = W_{(P)} - W_{(f)}$

$1/2\ m\ v_C^2 = m . g . (h) - f . \overset{\frown}{AC} \Rightarrow v_C = 6,3$ m/s

ـ قيمة هذه السرعة لا تتعلق بشكل المسار و لكن تتعلق بطوله فكلما كان طول المسار أكبر كلما زاد عمل قوة الإحتكاك و منه تنقص سرعة الوصول .

3ـ السرعة الواجب أن ينطلق بها نسيم من النقطة A لكي يصل إلى النقطة C بالسرعة المحسوبة في السؤال a ـ2ـ

ـ تمثيل الحصيلة الطاقوية للجسم بين A و C :

الجملة (نسيم) تكتسب طاقة حركية بسبب عمل قوة النقل و هو تحويل ميكانيكي W_P و هو عمل محرك و يفقد طاقة بسبب عمل قوة الإحتكاك و هو تحويل ميكانيكي W_f و هو عمل مقاوم . نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي :

$V_A \neq 0$ لأن $Ec_A \neq 0$ ، $Ec_A + W_{(P)} - W_{(f)} = Ec_C$

و منه : $1/2\ m\ v_C^2 - 1/2\ m\ v_A^2 = W_{(P)} - W_{(f)}$

و منه : $1/2\ m\ v_C^2 - 1/2\ m\ v_A^2 = m . g . (h) - f . \overset{\frown}{AC}$

و منه : $1/2\ m\ v_A^2 = 1/2\ m\ v_C^2 - m . g . (h) + f . \overset{\frown}{AC} \Rightarrow v_A = 6,3$ m/s